



TITLE:

# 円柱に作用する波力に関する基礎的研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

石田, 啓

---

CITATION:

石田, 啓. 円柱に作用する波力に関する基礎的研究. 京都大学, 1978, 工学博士

ISSUE DATE:

1978-11-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r3705>

RIGHT:



# 円柱に作用する波力に関する基礎的研究

昭和53年 6 月

石 田 啓





# 円柱に作用する波力に関する基礎的研究

昭和53年 6 月

石 田 啓





# 目 次

緒 論	1
第 1 編 規則波による波力の発生機構と評価に関する研究	4
第 1 章 序 論	4
第 2 章 円柱周辺の水粒子の挙動に関する理論的研究	7
第 1 節 緒 言	7
第 2 節 回折波の水粒子速度	7
(1) 理 論	7
(2) 計算結果および考察	8
第 3 節 層流境界層内の水粒子速度	10
(1) 理論式の誘導	10
(2) 計算結果および考察	15
第 4 節 層流境界層の剥離点	17
(1) 理 論	17
(2) 計算結果および考察	18
第 5 節 結 語	21
第 3 章 円柱周辺の水粒子の挙動に関する実験的研究	23
第 1 節 緒 言	23
第 2 節 回折波の水粒子速度分布	23
(1) 実験装置および方法	23
(2) 実験結果および考察	27
*第 3 節 層流境界層内の水粒子速度分布	29
(1) 実験装置および方法	29
(2) 実験結果および考察	31
第 4 節 層流境界層の剥離	33
(1) 実験装置および方法	33
(2) 実験結果および考察	34
第 5 節 結 語	37

第 4 章	後流渦および波圧分布に関する実験的研究	39
第 1 節	緒 言	39
第 2 節	後 流 渦	39
(1)	実験装置および方法	39
(2)	実験結果および考察	40
第 3 節	波 圧 分 布	45
(1)	実験装置および方法	45
(2)	実験結果および考察	46
第 4 節	結 語	49
第 5 章	円柱に作用する波力の評価に関する研究	51
第 1 節	緒 言	51
第 2 節	抗力の特徴	53
(1)	実験装置および方法	53
(2)	解 析 方 法	55
(3)	実験結果および考察	56
第 3 節	モリソン公式における慣性係数および抗力係数	61
(1)	実験装置および方法	61
(2)	解 析 方 法	62
(3)	実験結果および考察	62
A.	慣 性 係 数	62
B.	抗 力 係 数	69
第 4 節	結 語	74
第 2 編	不規則波力に関する研究	79
第 1 章	序 論	79
第 2 章	不規則波の水粒子速度および加速度に関する研究	82
第 1 節	緒 言	82
第 2 節	解 析 方 法	83
(1)	波高スペクトルおよびパワースペクトル	84
(2)	周波数応答関数	85

(3) 合成波の水平および鉛直方向水粒子速度の時間変化 .....	85
(4) 不規則波の水平および鉛直方向水粒子速度ならびに 加速度の時間変化 .....	85
第 3 節 実験装置および方法 .....	87
(1) 実験装置 .....	87
(2) 実験方法 .....	92
第 4 節 実験結果および考察 .....	94
(1) 合成波の実験結果 .....	94
(2) 不規則波の実験結果 .....	97
第 5 節 結 語 .....	104
第 3 章 モリソン公式に基づく不規則波力の算定に関する研究 .....	106
第 1 節 緒 言 .....	106
第 2 節 不規則波力の時間変化とパワースペクトルの計算方法 .....	106
(1) 不規則波力の時間変化 .....	106
(2) 不規則波力のパワースペクトル .....	108
第 3 節 不規則波力に関する実験 .....	109
(1) 実験装置および方法 .....	109
(2) 実験結果および考察 .....	109
第 4 節 結 語 .....	115
第 4 章 回折理論に基づく不規則波力の算定に関する研究 .....	117
第 1 節 緒 言 .....	117
第 2 節 理 論 .....	117
第 3 節 計算結果 .....	119
第 4 節 結 語 .....	122
結 論 .....	124





# 緒 論

人類の歴史において、科学の果たした役割は極めて大きい。ギリシャの数学者 Pythagoras の「地球は球である」という科学思想は、Columbus の冒険による新大陸の発見という歴史を生んだと言えようし、Newcomen や Watt による蒸気機関の作製は、第一次産業革命と呼ばれる社会変革を引き起こし、機械力全盛の時代を画するに至ったと言えるが、第二次世界大戦下のマンハッタン計画による原子爆弾の製造という形で始まった核エネルギーの開発は、その破壊力の巨大さと、放射能の生物界に及ぼす異様な変革作用のために、一時期には、人類を滅亡の危機にまで追い込んだほどであった。

現在、この「原子力開発」と共に、アメリカとソ連が国威を賭けて凌ぎを削って来たものの、「宇宙開発」があり、これは、人々に宇宙への進出という果てしない夢を与えてはいるが、反面、世界中のほとんどの国にとっては、直接の研究課題ではないというのが実状であろう。

ところが、20世紀後半になって、新たにビッグサイエンスとして登場し、世界各国が取り組み初めたものに、「海洋開発」がある。これは、人類社会の発展のための海洋の開発と利用を目的とするものであり、その第一歩は、「海洋は地球に残された唯一のフロンティアである」というアメリカの故 Kennedy 大統領の名言により踏み出されたということであるが、以後アメリカはもとより、ソ連、フランス、イギリスあるいは日本などの各国により、国家的事業として実行に移され、近い将来の大きな成果が期待されるに至っている。

この海洋開発の内容を目的により大別する<sup>1)</sup>と、(1)海洋資源の利用、(2)海洋空間の利用、および(3)海洋エネルギーの利用、となるが、(1)の海洋資源には、漁貝類などの生物水産資源、石油・天然ガス・マンガンなどの海底鉱物資源、食塩・金・ウラン・重水素などの海水成分などがある。また海水そのものも冷却用水として重要であり、さらに海水の淡水化が容易になれば、海は無尽蔵の水資源となる。漁貝類は、太古の昔より人類の重要な食料源であったが、この海洋開発では、海中牧場や海中農園などを開発することにより、水産生物資源の計画的な確保を目指そうというものである。海底資源のうち、石油の重要性は言うまでもないが、現在、世界全生産量 6 億キロリットルのうち、すでにその 20% が海底から採取されており、あと 700 億キロリットル程度が海底にあると予想されている<sup>2)</sup>。これらの海底石油の掘削には、固定式プラットフォームや可動式掘削装置が使用されているが、

アメリカでは、さらに深い海底の掘削を可能にするために、モホール計画という浮遊式プラットフォームの開発計画を実行に移している。

(2)の海洋空間は、古来より、船舶による海上交通の場として利用されて来たが、ここでは、さらに、海上空港、海上工場、海上都市、海中公園、海底貯蔵庫、海底住宅などの建設を行うことにより、陸上空間の不足を補いつつ、一層合理的な空間の利用を目指すものである。カスピ海にあるソビエトのネフチャネ・カムユ油田には、1,000人以上の人々が居住している栈橋式の海上都市がすでに存在するが、海底居住を目的としたアメリカのシーラブ計画およびフランスのプレコンチナン計画は、人類の海中への進出を目指すものとして注目すべきものである。

(3)の海洋エネルギーの利用には、潮流、潮汐、波浪および海水の温度差による発電が挙げられるが、1966年に完成したフランスのランス潮汐発電所では、24万キロワットの出力が得られており、日本では、波の上下運動を利用する出力70ワットの発電機が、すでに200個以上の航路標識用ブイに取り付けられて実用に供されている。

以上、海洋開発の内容とその現状を述べたが、こういった開発を具体的に推進する場合に、土木工学の立場から特に重要となるのは、各種構造物の安全かつ合理的な設計である。海の上での事故が、直接的あるいは間接的に多大な被害を与えることは、テキサス・タワー No. 4 の倒壊や水島コンビナートの石油流出を挙げるまでもなく明らかであるが、同時に、海上での工費が陸上での工費よりはるかに高価なことも事実である。現在、日本の土木学会から、「海洋鋼構造物設計指針（案）解説<sup>3)</sup>」および「海上作業足場の設計要領<sup>4)</sup>」が出版されているが、わが国の海洋開発の実施に先立って、その内容の不十分な点を充実させ、不備な部分を改善させることが極めて重要である。

このような観点から、本研究では、海洋構造物として最も多く使用される円柱構造物に作用する波力について論ずるが、まず第1編では、正確な波力の算定を行うための基礎的研究として、規則波による波力の発生機構を取り扱い、次いで第2編において、現地波浪のような不規則波による波力の算定方法を確認するための基礎的研究として、小口径および大口径の円柱に作用する不規則波力の算定方法を取り扱うこととする。



## 参 考 文 献

- 1) 藤井清光：海洋開発，東京大学出版会，pp. 5～10， 1977.
- 2) 津村光信：海底資源開発，土木学会誌，Vol. 60， pp. 18～22， 1975.
- 3) 土木学会編：海洋鋼構造物設計指針（案）解説， 1973.
- 4) 土木学会編：海上作業足場の設計要領， 1976.

# 第1編 規則波による波力の発生機構 と評価に関する研究

## 第1章 序 論

流体中に設置された物体に働く力，すなわち流体力については，極めて古くから研究の対象となってきたが，物体の受ける空気抵抗を理論的に取り扱ったのは Newton が最初であり，1726年の歴史的な著書“プリンシピア”においてであった<sup>1)</sup>。それから26年後の1752年には，数学者 D'ambert が，完全流体という仮定下では，一様な流れの中の物体には何ら力が働かないという結果に行き着き，現実との矛盾に自ら困惑したということであるが，橋脚に働く流体力の算定を誤ったために，自ら設計した橋が流失したという Navier にとっては，このダランベールの背理に甘んじていることができなかったのも無理は無いと思われる。これが動機となって Navier は，1823年に粘性流体の運動の方程式を提示し，1845年の Stokes の研究を待って今日の Navier-Stokes の方程式が完成した<sup>2)</sup>ということを考えると，流体力の問題は，流体力学そのものの発展にとって，極めて重要な位置を占めていたといえる。

ところで，この Navier-Stokes の方程式が簡単に解けないことは言うまでもなく，1904年に Prandtl はその近似式である境界層理論を完成し，以後これを用いた物体のまわりの流れの挙動や粘性摩擦などの研究が次々と行われたが，一方，非定常な場合の境界層については，1932年 Schlichting が静水中で振動する円柱のまわりの2次流の発生を解明した程度であった<sup>3)</sup>。

ところで，非定常な流体運動のひとつである波動の場合には，物体のまわりの流体の挙動は全く研究されて来なかったにもかかわらず，1950年に柱状構造物に働く波力を表わす実験公式が，Morison ら<sup>4), 5)</sup>によって提示され，以後この公式はモリソン公式と呼ばれて広く使用されることとなった。このモリソン公式により，実用上，波力の算定が可能になったということは，工学的には大きな進歩であるが，他方，式中に含まれる係数の決定が難しいため，モリソン公式による波力の表現が妥当か否か，あるいは，波力係数をどのように決定すれば良いのかといった点について，新たな問題が提示されることとなった。こ

れは上述したように、柱状構造物のまわりの流体の挙動が不明確なままに、モリソン公式が提示されたことに原因が存在するのであり、したがって、波力の研究を推進するためには、構造物周辺の流体の挙動を解明することが極めて重要であると考えられる。

このような観点から、まず第1編では、柱状構造物として、最も良く使用されると同時に、ひとつの基本的な断面形を有する円柱を対象とし、これに働く波力に関する基礎的研究として、以下に示す事柄を取り扱うこととする。

第2章においては、円筒座標表示した Navier-Stokes の方程式に境界層近似を適用して、波動により円柱上に発達する境界層内の水粒子速度の理論解を誘導し、またこの結果を用いて、境界層の剥離点の特性を解明する。

第3章においては、波の場での円柱のまわりの流体の挙動、すなわち円柱による回折波の水粒子速度分布、境界層内の水粒子速度分布および剥離点を実験により測定し、第2章の理論結果との比較を行う。

第4章においては、境界層の剥離により形成される後流渦の形状を実験的に明らかにし、また円柱のまわりの波圧分布について若干の実験結果を示す。

第5章においては、実験により測定した波力から、モリソン公式における波力係数、すなわち慣性係数および抗力係数を算出し、従来得られている結果と合わせて、流体の場の変化特性との対応という観点から、これらの係数の変化特性を検討する。



## 参 考 文 献

- 1) Newton, I.: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Book II, London, 1726.
- 2) フォン・カルマン著, 谷 一郎訳: 飛行の理論, 岩波書店, 1977.
- 3) Schlichting, H.: *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, pp. 391 ~ 430, 1968.
- 4) Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaaf, S. A.: The force exerted by surface waves on piles, *Petroleum Transactions, A.I.M.E.*, Vol. 189, Tech. Publications, No. 2846, pp. 149 ~ 154, 1950.
- 5) Morison, J. R., Johnson, J. W. and O'Brien, M. P.: Experimental studies of forces on piles, *Proc. 4th Conf. Coastal Eng.*, pp. 340 ~ 370, 1954.

## 第2章 円柱周辺の水粒子の挙動に関する理論的研究

### 第1節 緒 言

定常流中に設置された円柱のまわりの流体の挙動に関する理論的研究は、Prandtlの境界層理論に始まるといえるが、以後、Blasius, Kármán, Hiemenz, Porlhausen, Howarth, その他多数の人々による研究が相次ぎ、境界層内の速度分布、剥離点の位置、圧力分布あるいは抵抗係数の特性などについて重要な結果が得られている<sup>1), 2), 3), 4)</sup>。一方静水中を振動する円柱上の層流境界層については、Schlichtingが境界層方程式を逐次近似法を用いて解き、境界層外縁の質量輸送速度の存在を説明している<sup>2)</sup>。ところが、波動の場合の円柱周辺の流体の挙動については、理論的にこれを扱ったものは全く無く、わずかに数編の実験的研究が見い出されるのみである。ただし、これらの中で、KeuleganとCarpenterの研究<sup>5)</sup>は、円柱まわりの流況と波力の両者がReynolds数のみならず新たに導入されたKeulegan-Carpenter数（以下K.C.数と略記する）に支配されることを示し、以後の波力研究の方向づけを行ったものとして重要である。

本章では、波の場に設置された鉛直円柱のまわりの流体の挙動を理論的に取り扱う。そのうち第3節では、円筒座標表示したNavier-Stokesの方程式に境界層近似と摂動法を適用して、境界層内の水粒子速度の近似解を誘導し、この結果を用いて、第4節で波動場の剥離点の特性を解明するが、境界層近似を用いる場合には、境界層外縁の水粒子速度をあらかじめ与える必要があり、したがって、第2節において境界層外の水粒子速度すなわち回折波の水粒子速度を取り扱うことにする。

### 第2節 回折波の水粒子速度

#### (1) 理 論

座標系を図-1・2・1のようにとる。回折波の水粒子速度の $\theta$ 方向成分 $U$ 、 $r$ 方向成分 $V$ および $z$ 方向成分 $W$ は、MacCamy-Fuchs<sup>6)</sup>の誘導した速度ポテンシャル $\phi$ より、

$$U = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \frac{1}{kr} \times \left[ - \sum_{n=0}^{\infty} E_n \cdot n \left\{ J_n(kr) - \frac{J_n'(kR)}{H_n^{(2)'}(kR)} \cdot H_n^{(2)}(kr) \right\} \sin n\theta \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$V = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} E_n \left\{ J_n'(kr) - \frac{J_n'(kR)}{H_n^{(2)'}(kR)} H_n^{(2)'}(kr) \right\} \times \cos n\theta \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 2)$$

$$W = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} E_n \left\{ J_n(kr) - \frac{J_n'(kR)}{H_n^{(2)'}(kR)} H_n^{(2)}(kr) \right\} \times \cos n\theta \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 3)$$

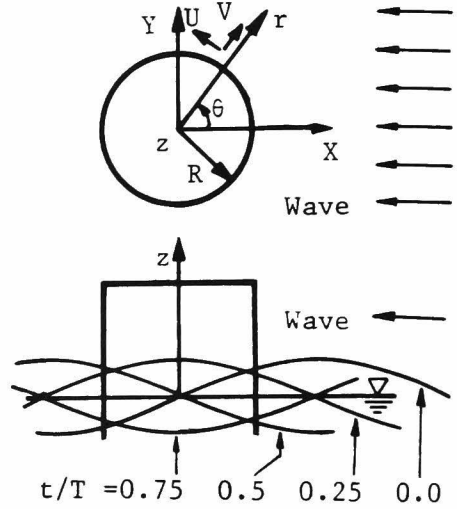


図-1・2・1 座標系(1)

で表わされる。ここに $H$ は波高、 $T$ は周期、 $h$ は水深、 $k$ は波数、 $R$ は円柱半径、 $\sigma$ は角周波数、 $J_n$ は $n$ 次のベッセル関数、 $H_n^{(2)}$ は $n$ 次の第2種ハンケル関数、 $J_n'$ および $H_n^{(2)'}$ はそれらの導関数であり、 $E_n$ は $E_0 = 1$ 、 $E_n = 2 \cdot (-i)^n$  ( $n \geq 1$ )である。

## (2) 計算結果および考察

図-1・2・2は、式(1・2・1)に示した回折波の水粒子速度 $U$ と進行波の水粒子速度の最大値との比を、 $\theta = 90^\circ$ 、 $t/T = 0.25$ の場合について計算したものであり、円柱の径が波長に比べて小さい場合( $kR \leq 0.5$ )には、壁面上( $r/R = 1$ )の水粒子速度は進行波の水粒子速度の約2倍となることがわかる。これは定常流の場合に、円柱壁面上の $\theta = 90^\circ$ での速度が、主流速度の2倍になることに対応しているといえる。図-1・2・3は、式(1・2・2)の $V$ と進行波の水平方向水粒子速度の最大値との比を、 $\theta = 0^\circ$ 、 $t/T = 0.25$ の場合について計算したもので、 $kR$ の値が大きくなると、円柱壁面付近の値は正になり、進行波の水粒子速度と逆向きの速度が生じることがわかる。すなわち、円柱からの反射波

の影響が大きくなることを意味している。

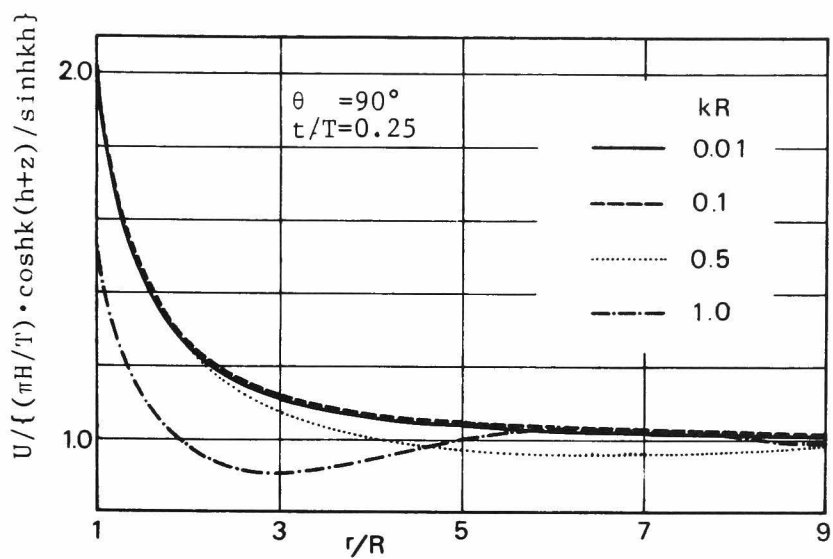


図-1・2・2 回折波の水粒子速度  $U$  ( $\theta = 90^\circ$ )

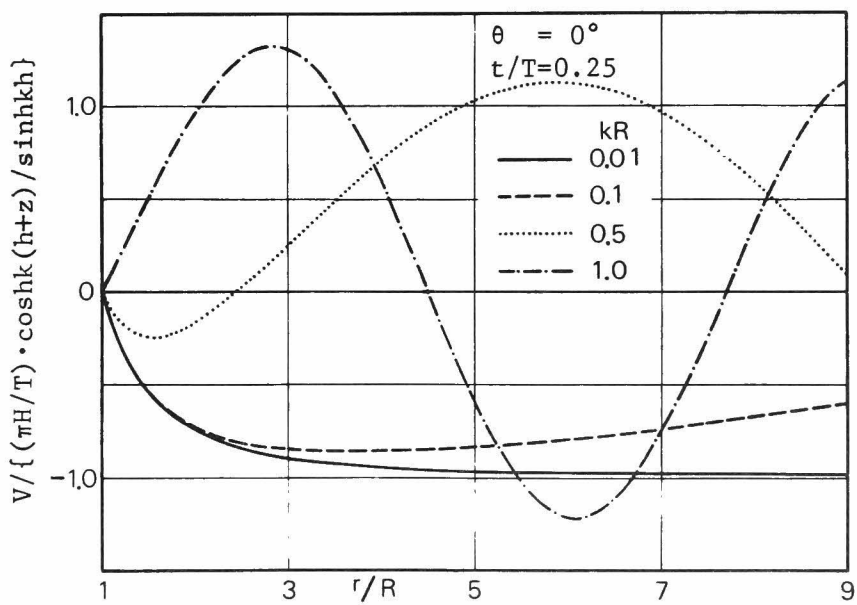


図-1・2・3 回折波の水粒子速度  $V$  ( $\theta = 0^\circ$ )

### 第3節 層流境界層内の水粒子速度<sup>7), 8)</sup>

#### (1) 理論式の誘導

円柱座標表示した Navier-Stokes の方程式および連続式を,  $r = R + y$ ,  $\theta = x/R$  の関係を用いて図-1・2・4 に示す境界層用の座標系  $(x, y, z)$  で表わすと,

$$\left. \begin{aligned} &u_t + (uu_x + uv/R)/(1+y/R) \\ &\quad + vv_y + ww_z = -(1/\rho)p_x/(1+y/R) \\ &\quad + \nu \{u_{yy} + u_y/R(1+y/R) \\ &\quad + (u_{xx} - u/R^2 + 2v_x/R)/(1+y/R)^2 \\ &\quad + u_{zz}\} \\ &w_t + uw_x/(1+y/R) + vw_y + ww_z \\ &\quad = -g - (1/\rho)p_z \\ &\quad + \nu \{w_{yy} + w_y/R(1+y/R) \\ &\quad + w_{xx}/(1+y/R)^2 + w_{zz}\} \\ &u_x/(1+y/R) + v/R(1+y/R) \\ &\quad + v_y + w_z = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 4)$$

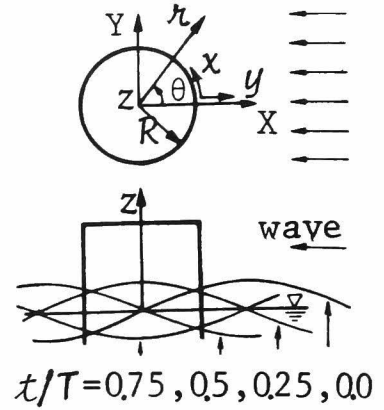


図-1・2・4 座標系(2)

となる。ここに,  $u, v, w$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の水粒子速度,  $\rho$  は密度,  $p$  は圧力,  $g$  は重力加速度,  $\nu$  は動粘性係数である。

次に諸量を無次元化するため, 流速の代表値として,  $U_M = \pi H/T$ , 長さの代表値として波長  $L = 2\pi/k$  を用い, また境界層を拡大するために波速  $c$  を用いた便宜的な Reynolds 数  $Re = c/(k\nu)$  を導入すれば, それぞれの量は,

$$\left. \begin{aligned} &x' = kx, \quad y' = \sqrt{Re} ky, \quad z' = kz, \\ &t' = \sigma t, \\ &u' = u/U_M, \quad v' = \sqrt{Re} v/U_M, \\ &w' = w/U_M, \quad p' = (p + \rho g z)/(\rho c U_M) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 5)$$

のように表わされる。しかし、以後簡単のために無次元量のダッシュを取り除いて表わすことにする。したがって、式(1・2・4)を無次元表示すれば、

$$\left. \begin{aligned}
 & u_t + (U_M/c) \\
 & \quad \times \{ (u u_x + v v / k R \sqrt{Re}) / (1 + y / k R \sqrt{Re}) \\
 & \quad + v u_y + w u_z \} \\
 & = -p_x / (1 + y / k R \sqrt{Re}) + u_{yy} + u_y / \{ k R \sqrt{Re} \\
 & \quad \times (1 + y / k R \sqrt{Re}) \} + \{ u_{xx} / Re - u / (k R \sqrt{Re})^2 \\
 & \quad + 2v / (Re k R \sqrt{Re}) \} / (1 + y / k R \sqrt{Re})^2 + u_{zz} / Re \\
 & \\
 & w_t + (U_M/c) \{ u w_x / (1 + y / k R \sqrt{Re}) + v w_y + w w_z \} \\
 & = -p_z + w_{yy} + w_y / \{ k R \sqrt{Re} (1 + y / k R \sqrt{Re}) \} \\
 & \quad + w_{xx} / \{ Re (1 + y / k R \sqrt{Re})^2 \} + w_{zz} / Re \\
 & \\
 & (u_x + v / k R \sqrt{Re}) / (1 + y / k R \sqrt{Re}) + v_y + w_z = 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 6)$$

となり、無次元速度および無次元圧力に関する非線型偏微分方程式が、パラメーター  $U_M/c$ 、 $1/kR\sqrt{Re}$  および  $1/Re$  を含んだ形で得られる。

ここに、 $U_M/c = \pi H/L$  は波形勾配のオーダーを示すものであり、一般に微小量と仮定できるので、

$$\varepsilon_1 = U_M/c = \pi H/L \ll 1 \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 7)$$

とおき、これを用いて、無次元速度を

$$\left. \begin{aligned}
 & u = u_0 + \varepsilon_1 u_1 + \varepsilon_1^2 u_2 + \dots, \\
 & v = v_0 + \varepsilon_1 v_1 + \varepsilon_1^2 v_2 + \dots, \\
 & w = w_0 + \varepsilon_1 w_1 + \varepsilon_1^2 w_2 + \dots
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 8)$$

と級数展開する。また、 $1/kR\sqrt{Re} = \sqrt{\nu T/2\pi}/R$  は境界層厚と円柱半径との比のオーダーを示す量であり、一般に微小量と仮定できるので、これを

$$\varepsilon_2 = 1/kR \sqrt{Re} = \sqrt{\nu T/2\pi}/R \ll 1 \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 9)$$

とおけば、 $\varepsilon_2 y$  もまた微小であり、次のような級数近似を行うことができる。

$$\begin{aligned} 1/(1+y/kR \sqrt{Re}) &= 1/(1+\varepsilon_2 y) \\ &= 1 - \varepsilon_2 y + \varepsilon_2^2 y^2 - \dots \dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 10) \end{aligned}$$

ここに  $\varepsilon_2$  は、 $\varepsilon_1$  と同程度のオーダーか、あるいはそれ以下と仮定する。さらに円柱半径と波長の比に関する条件として、ここでは、 $kR = 2\pi R/L \leq 1$  となる場合を取り扱うことにすれば、 $1/Re$  は、 $1/Re = (kR)^2 \varepsilon_2^2 \leq \varepsilon_2^2$  となり、 $\varepsilon_2$  の 2 乗のオーダー以下となる。

次に、境界層外縁の水粒子速度として、式 (1・2・1) および (1・2・3) で  $r=R$  において得られる回折波の水粒子速度の円柱壁面上の値を用いることとし、これらを  $U_M$  で割って無次元化したものを改めて  $U_R, W_R$  で表わせば、

$$U_R = \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \frac{2i}{\pi(kR)^2} \times \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \cdot E_n}{H_n^{(2)'}(kR)} \sin \frac{nx}{kR} \right] e^{it} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 11)$$

$$W_R = \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh} \frac{2i}{\pi kR} \times \left[ - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_n}{H_n^{(2)'}(kR)} \cos \frac{nx}{kR} \right] e^{it} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 12)$$

のようになる。無次元圧力勾配は、これを用いて、

$$\left. \begin{aligned} -p_x &= U_{R_t} + \varepsilon_1 (U_R U_{R_x} + W_R U_{R_z}) \\ -p_z &= W_{R_t} + \varepsilon_1 (U_R W_{R_x} + W_R W_{R_z}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 13)$$

のように近似的に表わすことができる。

式 (1・2・6) に、式 (1・2・7) から式 (1・2・13) までを代入し、 $\varepsilon_1$  のべきで整頓すれば、 $\varepsilon_1^0$  ( $\varepsilon_1$  の 0 乗のオーダー) に関する方程式として、

$$\left. \begin{aligned} u_{0_t} - u_{0_{yy}} &= U_{R_t}, & w_{0_t} - w_{0_{yy}} &= W_{R_t}, \\ u_{0_x} + v_{0_y} + w_{0_z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 14)$$

が得られる。境界条件、

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } u_0=v_0=w_0=0, \\ y \rightarrow \infty \text{ で } u_0=U_R, \quad w_0=W_R \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 15)$$

を満足する式 (1・2・14) の解, すなわち第1近似解は, Schlichting の解法<sup>2)</sup>に準じて, 次のように求めることができる。

$$\left. \begin{array}{l} u_{1st}=u_0=\zeta_0' U_0 e^{it}, \quad w_{1st}=w_0=\zeta_0' W_0 e^{it}, \\ v_{1st}=v_0=-\zeta_0(U_{0x}+W_{0z})e^{it} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 16)$$

ここに,

$$\left. \begin{array}{l} \zeta_0'=1-e^{-(1+i)y/\sqrt{2}} \\ \zeta_0=y-\frac{1-i}{\sqrt{2}}(1-e^{-(1+i)y/\sqrt{2}}), \\ U_0=U_R/e^{it}, \quad W_0=W_R/e^{it}. \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 17)$$

この $U_0$ , および $W_0$  は, 振動流の場合には実数であるが, 波動の場合には式 (1・2・11) および (1・2・12) からわかるように複素数であり, 実際の水粒子速度は式 (1・2・16) の real part で与えられる。

$\varepsilon_1^{-1}$  ( $\varepsilon_1$  の1乗のオーダー) に関する方程式は,

$$\left. \begin{array}{l} u_{1t}-u_{1yy}=(U_R U_{Rx}+W_R U_{Rz}) \\ \quad -(u_0 u_{0x}+v_0 u_{0y}+w_0 u_{0z})+(\varepsilon_2/\varepsilon_1)u_{0y} \\ w_{1t}-w_{1yy}=(U_R W_{Rx}+W_R W_{Rz}) \\ \quad -(u_0 w_{0x}+v_0 w_{0y}+w_0 w_{0z})+(\varepsilon_2/\varepsilon_1)w_{0y} \\ u_{1x}+v_{1y}+w_{1z}=(\varepsilon_2/\varepsilon_1)(y \cdot u_{0x}-v_0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 18)$$

となり, 境界条件は,

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で } u_1=v_1=w_1=0, \\ y \rightarrow \infty \text{ で } u_{1y}=0, \quad w_{1y}=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 19)$$

で与えられる。式 (1・2・18) の解のうち,  $u_1$  のみを示すと, 次式で表される。



$$\begin{aligned}
u_1 = & (\varepsilon_2/\varepsilon_1)\zeta_{1'}' U_0 e^{it} + \zeta_{1a}' (U_0 U_{0x} + W_0 U_{0z}) e^{2it} \\
& + \zeta_{1d}' (U_0 W_{0z} - W_0 U_{0z}) e^{2it} \\
& + \zeta_{1b}' \{(\hat{U}_0 \hat{U}_{0x} + \check{U}_0 \check{U}_{0x}) + (\hat{W}_0 \hat{U}_{0z} + \check{W}_0 \check{U}_{0z})\} \\
& + \zeta_{1c}' \{(\hat{U}_0 \check{U}_{0x} - \check{U}_0 \hat{U}_{0x}) + (\hat{U}_0 \check{W}_{0z} - \check{U}_0 \hat{W}_{0z})\} \\
& + \zeta_{1e}' \{(\hat{U}_0 \hat{W}_{0z} + \check{U}_0 \check{W}_{0z}) - (\hat{W}_0 \hat{U}_{0z} + \check{W}_0 \check{U}_{0z})\} \cdots \cdots \cdots (1 \cdot 2 \cdot 20)
\end{aligned}$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned}
\zeta_{1a}' &= -\frac{i}{2} e^{-\sqrt{2}(1+i)\eta'} + \frac{i}{2} e^{-(1+i)\eta'} \\
&+ \frac{1-i}{2} \eta' e^{-(1+i)\eta'}, \quad \zeta_{1'}' = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta' e^{-(1+i)\eta'}, \\
\zeta_{1d}' &= -\frac{7i}{4} e^{-\sqrt{2}(1+i)\eta'} + \frac{3i}{2} e^{-(1+i)\eta'} \\
&+ \frac{1-i}{2} \eta' e^{-(1+i)\eta'} + \frac{i}{4} e^{-2(1+i)\eta'}, \\
\zeta_{1b}' &= -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} e^{-2\eta'} + e^{-\eta'} \left( \frac{1}{2} \cos \eta' + 2 \sin \eta' \right) \\
&- \frac{\eta'}{2} e^{-\eta'} (\cos \eta' - \sin \eta'), \\
\zeta_{1c}' &= -\frac{3}{4} - \frac{1}{4} e^{-2\eta'} + e^{-\eta'} \left( \cos \eta' - \frac{1}{2} \sin \eta' \right) \\
&+ \frac{\eta'}{2} e^{-\eta'} (\cos \eta' + \sin \eta'), \\
\zeta_{1e}' &= -\frac{1}{2} + e^{-\eta'} \left( \frac{1}{2} \cos \eta' + \sin \eta' \right) - \frac{\eta'}{2} e^{-\eta'} (\cos \eta' - \sin \eta'),
\end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots (1 \cdot 2 \cdot 21)$$

であり,  $\eta' = y/\sqrt{2}$  である。またへおよびゝはそれぞれ real part および imaginary part を示す。式 (1・2・20) は式 (1・2・18) の右辺が複素数の積を含む点を考慮したうえで, 第1近似解と同様, 同次解と特解の和として求めたものである。以上より  $u$  の第2近似解は, 式 (1・2・16) および式 (1・2・20) を用いて,

$$u_{2nd} = u_0 + \varepsilon_1 u_1 \cdots \cdots \cdots (1 \cdot 2 \cdot 22)$$

与えられるが, 第2近似解には, 基本周波数成分のほかに, 2倍周波数成分および質量輸送速度が含まれることがわかる。なお実際の水粒子速度は式 (1・2・22) の real part

で与えられる。ここで、 $\zeta'_0$ 、 $\zeta'_{1a}$  および  $\zeta'_{1b}$  は、Schlichting が求めたもの<sup>2)</sup>と全く同じであるが、ここで取り扱った境界層は3次元であること、円柱の曲率を考慮したこと、および境界層外縁の水粒子速度は振動流としてではなく波動の水粒子速度として与えられることによって、 $\zeta'_1$ 、 $\zeta'_{1d}$ 、 $\zeta'_{1c}$  および  $\zeta'_{1e}$  がさらに含まれる結果となっている。

## (2) 計算結果および考察

式(1・2・22)に示した境界層内の水粒子速度の第2近似解  $u_{2nd}$  の計算例を示すが、 $u_{2nd}$  は座標変数、 $\theta$ 、 $y/R$ 、 $z/h$ 、 $t/T$  のほかに、次の4つのパラメーター、 $kh$ 、 $kR$ 、 $\epsilon_1 = \pi H/L$ 、 $\epsilon_2 = \sqrt{\nu T/2\pi}/R$  を与えることにより、値が決定される。

ところで、波動の場を支配するパラメーターとして、K.C.数および Reynolds 数が重要なことは言うまでもないが、進行波の最大水粒子速度を用いた場合の K.C.数および Reynolds 数は、これらの諸量を用いると、

$$[K.C.]_m = U_{max} \cdot T/2R = \pi \epsilon_1 \cosh kh (1+z/h)/(kR \cdot \sinh kh),$$

$$Re_m = U_{max} \cdot 2R/\nu = 2(\epsilon_1/\epsilon_2^2) \cdot \cosh kh (1+z/h)/(kR \cdot \sinh kh),$$

と表されるものであり、したがって  $\epsilon_1$  と  $\epsilon_2$  を与えることは、K.C.数と Reynolds 数を与えることに相当すると見なすことができる。

図-1・2・5に  $\epsilon_1$  の増加に伴う速度分布の変化を示すが、 $\epsilon_1$ が増加するにつれ、図中に破線で示した主流速度  $U_R$  との差が大きくなり、境界層外縁での速度の接続が滑らかでなくなることがわかる。この原因は、第2近似解の誘導において、外縁での境界条件よりも壁面での境界条件を優先させた点にあるが、この解が妥当な

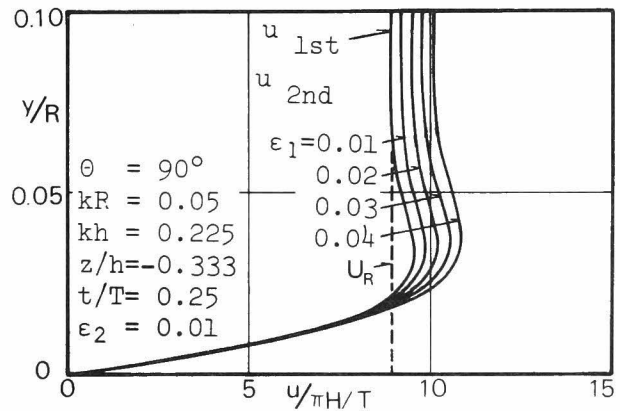


図-1・2・5  $\epsilon_1$  による  $u_{2nd}$  の変化

ものであると考えれば、実際の現象としては、波高が増大するにつれて、外縁付近に急激な速度勾配が生じ、後流渦が発生しない場合でも、それとは逆向きの小さな渦が発生することが予想される。これを裏付けるような現象が写真-1・2・1に見られる。図-1・2・6は  $\epsilon_2$  のみを変えたものであり、これは  $\nu$  を変えることになるが、 $\epsilon_2$  が増加するにつれて

境界層が厚くなることがわかる。図-1・2・7は、円柱半径  $R$  のみを変えた場合で、したがって  $kR$  と  $\varepsilon_2$  を同時に変えることになるが、 $kR=0.01$  のように、波長に比べて円柱の径が小さい場合には、 $\theta=110^\circ$  ではすでに剥離が発生していることがわかる。

図-1・2・8に、 $t/T=0.25$  における  $u_{2nd}$  の速度分布の計算例を示すが、この場合の剥離点は  $\theta=102^\circ$  であり、 $\theta$  が  $110^\circ$  以上の後流域における逆流の状態を知ることができる。

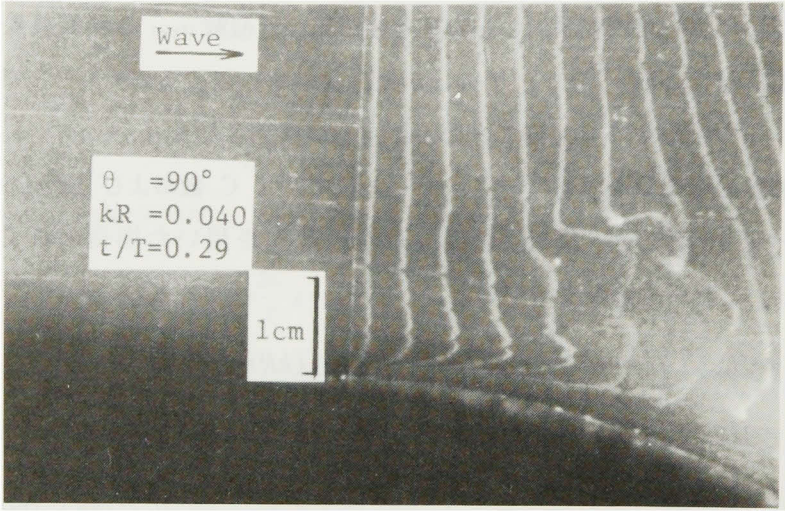


写真-1・2・1 境界層の水粒子速度の挙動

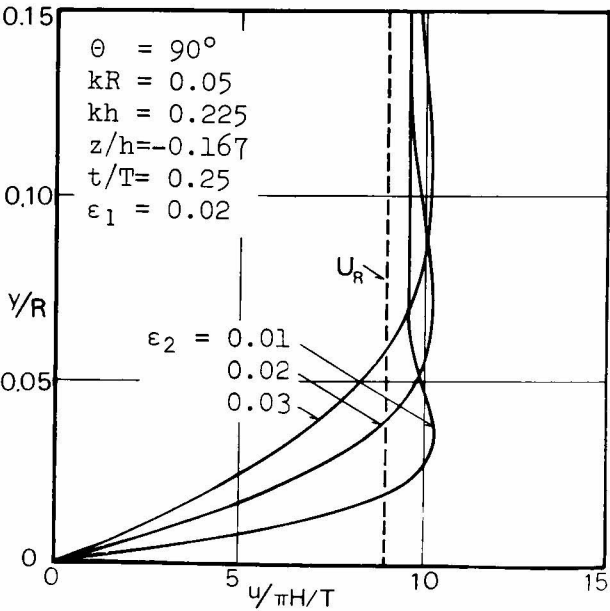


図-1・2・6  $\varepsilon_2$  による  $u_{2nd}$  の変化

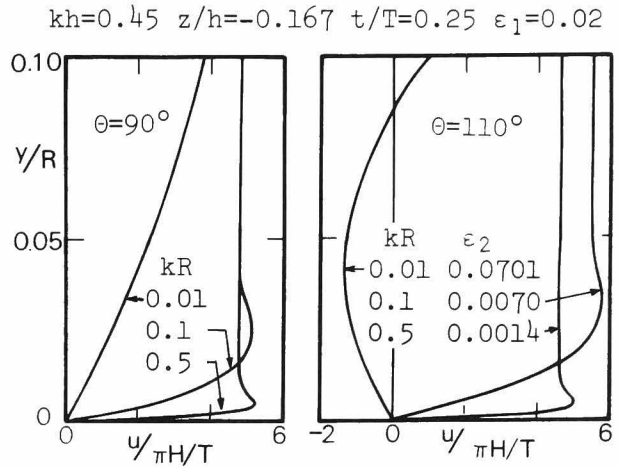


図-1・2・7  $kR$  および  $\varepsilon_2$  による  $u_{2nd}$  の変化

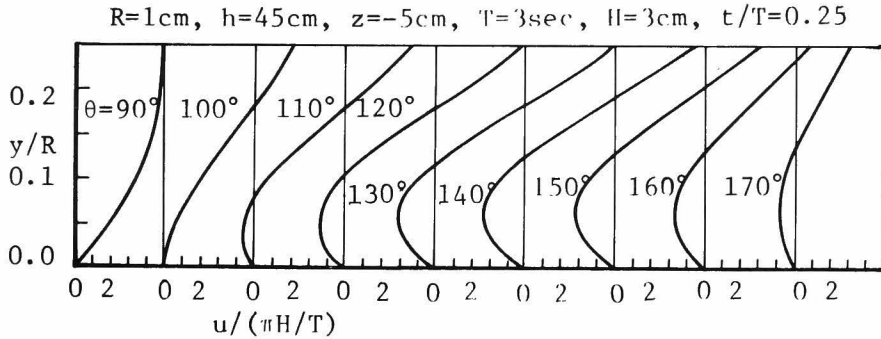


図-1・2・8 波による円柱まわりの層流剥離

## 第4節 層流境界層の剥離点

### (1) 理 論

層流境界層内の円柱に沿う方向の水粒子速度を  $u$  とすれば、境界層の剥離点は  $\partial u / \partial y|_{y=0} = 0$  を満たす点である。座標系は第3節の図-1・2・4を用い、 $u$  として式(1・2・22)を用いると、剥離点は、

$$\begin{aligned} \partial u_{2nd} / \partial y|_{y=0} &= (\pi H / T) \cdot (k \sqrt{R_0} / \sqrt{2}) \cdot (\partial u'_0 / \partial \eta' + \varepsilon_1 \cdot \partial u'_1 / \partial \eta')|_{\eta=0} \\ &= 0 \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 23) \end{aligned}$$

を満足する点として求めることができる。ここに、第3節と同様、 $H$ は波高、 $T$ は周期、 $k$ は波数、 $Re = c/\nu k$ 、 $\varepsilon_1 = \pi H/L$ 、 $\eta' = (k\sqrt{Re}/\sqrt{2})y$ 、 $u'_0 = u_0/(\pi H/T)$  および  $u'_1 = u_1/(\pi H/T)$  であり、 $\partial u'_0/\partial \eta'|_{\eta'=0}$  および  $\partial u'_1/\partial \eta'|_{\eta'=0}$  は、それぞれ、

$$\partial u'_0/\partial \eta'|_{\eta'=0} = (1+i) U_0 e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 24)$$

$$\begin{aligned} \partial u'_1/\partial \eta'|_{\eta'=0} = & (\varepsilon_2/\varepsilon_1) \frac{1}{\sqrt{2}} U_0 e^{i\sigma t} \\ & + (1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) (1-i) (U_0 U_{0x} + W_0 U_{0z}) e^{2i\sigma t} + (\frac{5}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{4}) (1-i) (U_0 W_{0z} - \\ & W_0 U_{0z}) e^{2i\sigma t} + \frac{1}{2} \left\{ (\hat{U}_0 \hat{U}_{0x} + \check{U}_0 \check{U}_{0x}) + (\hat{W}_0 \hat{U}_{0z} + \check{W}_0 \check{U}_{0z}) \right\} - \frac{1}{2} \left\{ (\hat{U}_0 \check{U}_{0x} - \right. \\ & \left. \check{U}_0 \hat{U}_{0x}) + (\hat{U}_0 \check{W}_{0z} - \check{U}_0 \hat{W}_{0z}) \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 2 \cdot 25) \end{aligned}$$

のようになる。ここに、 $\varepsilon_2 = \sqrt{\nu T/2\pi}/R$ 、 $\sigma$ は角周波数、 $U_0$  および  $W_0$  は式 (1・2・17) で示した通りである。

ところで、式(1・2・23)において、剥離点を陽の形に表わすことは不可能であり、したがって、実際の剥離点の算出に際しては、角度 $\theta$ を順次1°ずつ変化させ、式(1・2・23)の左辺の符号が変わる時の $\theta$ を求める方法を用いた。

## (2) 計算結果および考察

境界層内の水粒子速度 $u_{2nd}$ の時間変化の一例を図-1・2・9に示すが、この場合のK.C.数の値は、 $[K.C.]_m = 6$ である。円柱の中心線の位置が波の峯の位相となる $0 < t/T < 0.5$ では、図中点線で示した $\theta = 150^\circ$ における $u$ は $t/T = 0.125$ で負の値になり、円柱背面において逆流が生じ、剥離が発生していることを示す。一方 $0.5 < t/T < 1.0$ の谷の位相では、実線で示した $\theta = 30^\circ$ の $u$ の値が $t/T = 0.625$ で正の値となり、同様に円柱前面における剥離の発生を示している。なお図中の陰影部分は、逆流の継続時間と大きさを示す。

図-1・2・10に、剥離点の時間変化の一例を示すが、主流の方向および大きさは波の位相により変化するため、剥離点は、 $t/T$ の増加とともに、峯の位相では $\theta = 180^\circ$ の方向から $\theta = 0^\circ$ の方向へと移動し、谷の位相ではその逆となる。特に、K.C.数が小さい場合には、剥離点は短時間に急変するが、こういった剥離現象は非定常境界層特有のものであり、境界層内の水粒子速度の位相が主流速度の位相よりも早く進むことがその発生原因で

ある。一方 K.C. 数が大きくなると,  $t/T = 0.25$  前後では, 剥離点の時間変化はゆるやかになり, 定常流の剥離に近づくものと考えられる。

図-1・2・11は, 6種類の波について, 剥離点の鉛直方向の変化を示すが, 計算条件は, 次元量で示すと, 例えば水深  $h = 40\text{ cm}$ ,  $R = 1.5\text{ cm}$ ,  $\nu = 1.12 \times 10^{-2}\text{ cm}^2/\text{sec}$  とすれば, 周期  $T$  は, 順に 0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0, 5.0 sec となる。なお, それぞれの波高は,  $z/h = -0.125$  における  $[K.C.]_m$  が 6 となるように選定し, また位相は  $t/T = 0.25$  とした。図より短周期の波では, 水面近くにおいてのみ剥離が発生するが, 波が長周期になると, 剥離点は鉛直方向にほとんど変化しないことがわかる。これらの剥離点の鉛直方向の変化特性は, 水粒子速度の鉛直方向の変化特性に起因することはいうまでもない。

図-1・2・12は,  $kR$  をパラメータとし, K.C. 数と剥離点との関係を示したものであるが,  $kR \geq 0.01$  の範囲内では, K.C. 数が 2 より小さいと剥離は発生しない。しかし, K.C. 数が増加するにつれ, 剥離点は  $\theta = 180^\circ$  から  $90^\circ$  の方向へ移行し, 各  $kR$  の値ごとに, 一定の剥離点に漸近する。さらに, K.C. 数が同じ場合には,  $kR$  が小さいほど剥離角は小さくなる。ところで, この計算に用いた Reynolds 数の値は  $10^4$  であるが, Reynolds 数のみを  $10$  から  $10^6$  の範囲内で変化させても剥離点の変化はほとんど見られず, また  $kh$  を 0.1 から 5.0 の範囲内で変化させた場合にも, 同様に剥離点は変化しなかった。したがって, この図は,  $t/T = 0.25$  における剥離点と,  $[K.C.]_m$  との関係を示す, より一般的な図であると言える。

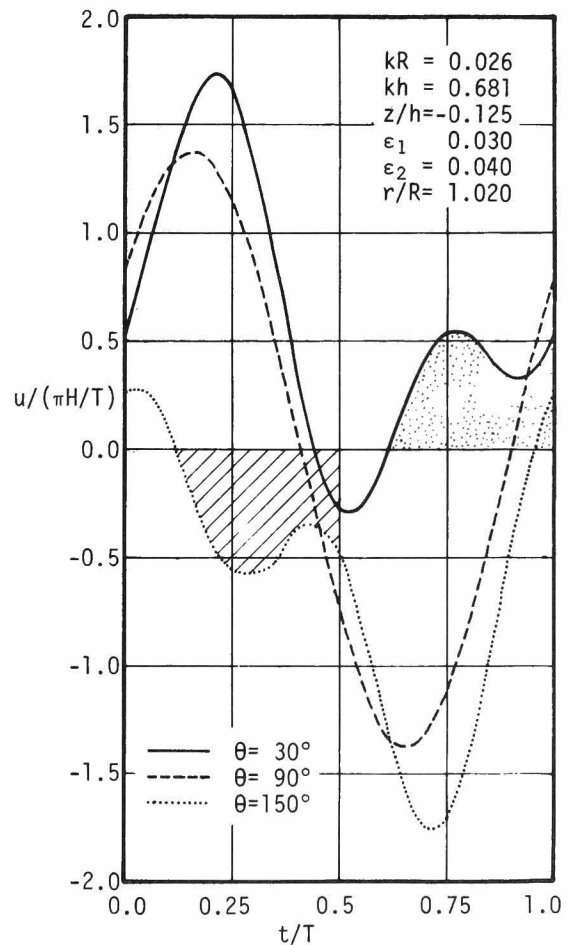


図-1・2・9  $u_{2nd}$  の時間変化

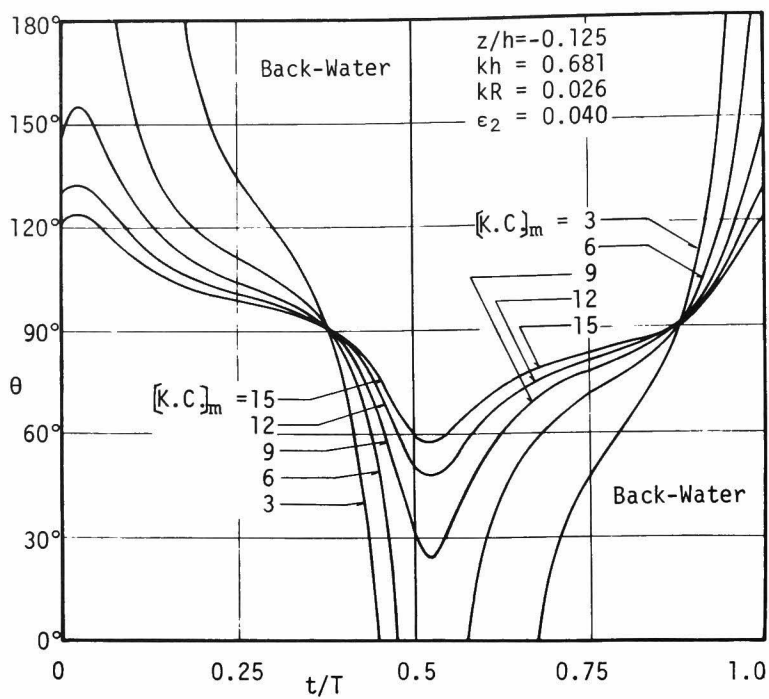


図-1・2・10 剥離点の時間変化

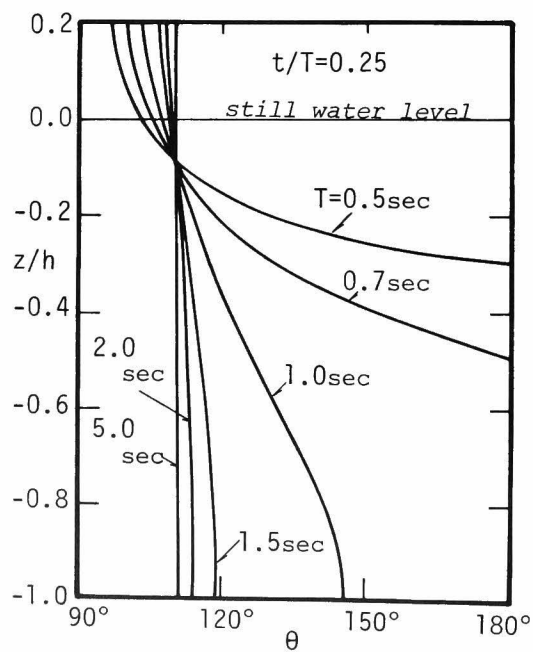


図-1・2・11 剥離点の鉛直方向変化

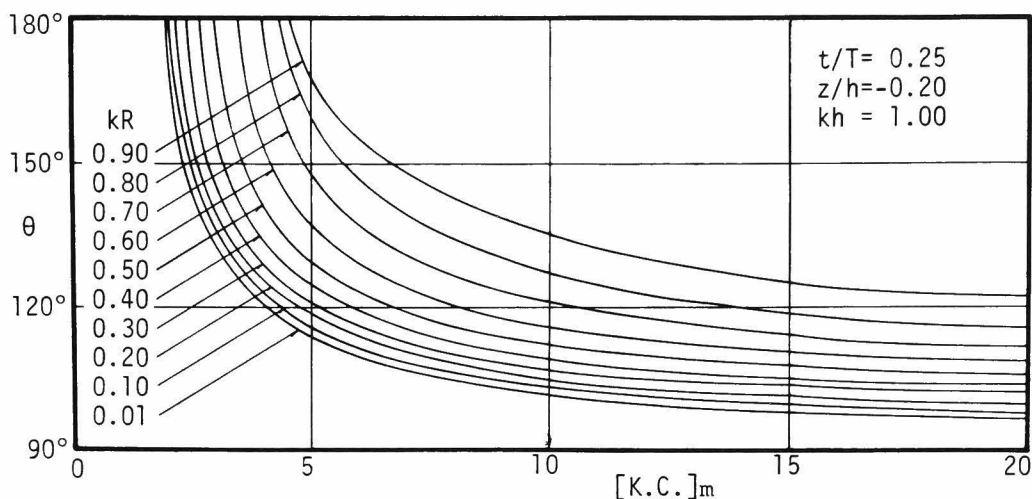


図-1・2・12 K.C. 数による剥離点の変化

## 第5節 結 語

本章は、円周周辺の水粒子の挙動を理論的に取り扱ったもので、まず第2節において、回折波の水粒子速度について若干の検討を行い、ついで第3節において、層流境界層方程式の理論解を誘導し、最後に第4節で、この解を用いて境界層の剥離点の変化特性を究明したが、これらの結果を要約にすると次のようである。

1) 円柱の径が波長に比べて小さい場合 ( $kR \leq 0.5$ ) には、 $\theta = 90^\circ$ における回折波の水粒子速度  $U$  の壁面上の値は、進行波の水粒子速度の約2倍になり、定常流の場合の特性と同様になる。

2) 本章で誘導した境界層内水粒子速度  $u_{2nd}$  を用いることにより、境界層厚、境界層内水粒子速度と主流速度との位相のずれ、境界層外縁付近の質量輸送速度の存在、剥離の発生などの諸特性を知ることができる。

3) 波による層流境界層の剥離点は、主に波の位相および K.C. 数により変化するが、K.C. 数が小さい場合には、剥離点は短時間に急変するという見かけ上の剥離が発生し、一方 K.C. 数が大きくなると、剥離点の位相による変化はゆるやかになり、定常流の場合の剥離に近い性質を持つようになる。

これらの理論的な結果の妥当性は、実験などによりさらに検討する必要があるが、これについては第3章で取り扱う。



## 参考文献

- 1) Chia-Shun Yih: Fluid Mechanics, McGraw-Hill, 1969.
- 2) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, 6th Edition, McGraw-Hill, pp.117 ~ 430, 1968.
- 3) Newman, J. N. : Marine Hydrodynamics, MIT Press, pp.53 ~ 101, 1977.
- 4) Milne-Thomson, L. M. : Theoretical Hydrodynamics, 1st Edition, Macmillan, London, pp.351 ~ 389, 1968.
- 5) Keulegan, G. H., and Carpenter, L. H. : Forces on cylinder and plates in an oscillating fluid, Jour. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 60, No.5, pp.423 ~ 440, May, 1958.
- 6) MacCamy, R. C., and Fuchs, R. A. : Wave forces on piles : Diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, B. E. B., pp. 1 ~ 17, 1954.
- 7) 岩垣雄一・石田 啓: 波動により円柱上に発達する3次元層流境界層について, 第21回海岸工学講演会論文集, pp.1 ~ 6, 1974.
- 8) Iwagaki, Y. and Ishida, H. : Laminar boundary layer around a circular cylinder under oscillatory waves, Proc. 14th Conf. on Coastal Eng., pp.1848 ~ 1862, 1974.

## 第3章 円柱周辺の水粒子の挙動に関する実験的研究

### 第1節 緒 言

定常流中に設置された円柱周辺の流体の挙動が Reynolds 数に支配されることは周知の事実<sup>1), 2)</sup>であり, Son<sup>3), 4)</sup>らによれば, 剥離点は, 低 Reynolds 数領域では, Reynolds 数の増加に伴い, 後方よどみ点 ( $\theta = 180^\circ$ ) から前方よどみ点 ( $\theta = 0^\circ$ ) 方向に移行し,  $Re = 5 \times 10^2$  では  $95^\circ$  程度になること,  $Re = 4 \times 10^3$  から  $10^5$  の範囲では  $80^\circ$  前後になることなどが示されている。一方, Keulegan と Carpenter<sup>5)</sup> は, 重複波の節の位置に設置した水平円柱まわりの流況を観察し, このような振動流の場合には, 流況は Reynolds 数よりもむしろ K.C. 数に強く支配されることを見い出したが, この考え方を受けて, Bidde<sup>6)</sup> は波による鉛直円柱まわりの水面の流況と K.C. 数との対応を実験的に検討し, K.C. 数が 2 以下では剥離は発達せず, 2 ~ 3 では剥離は発生するが後流渦は発達しないこと, また 3 ~ 4 で後流渦の流下が始まることなどを見い出している。

ただし, Bidde の研究では, 剥離点は波の位相により変化するという認識は全く見られず, また水面に生じる細かい散乱波を後流渦による乱れと見誤っている恐れがある。

本章では, 波の場に設置した鉛直円柱のまわりの流体の挙動を実験により究明するが, まず第2節では, 回折波の水粒子速度の分布形状を取り扱い, ついで第3節で, 境界層内の水粒子速度分布の実験結果を示し, 最後に第4節で, 境界層の剥離点に関する実験結果を示す。

これらの結果は, 第2章で求めた理論解とそれぞれ比較し, 理論の妥当性を検討するとともに, より正確な現象の解明を目指すこととする。

### 第2節 回折波の水粒子速度分布<sup>7)</sup>

#### (1) 実験装置および方法

実験には, 京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された写真-1・3・1に示す造波水槽を用いたが, この水槽の寸法は, 長さ 17.5 m, 幅 1.5 m, 深さ 75 cm であり, 水槽の一端には, 写真-1・3・2に示すフラッター式の造波機が設置されている。この造波機は,

モーターの回転数および偏心量を変えることにより種々の規則波を発生させることができる。水槽のほぼ中央には、図-1・3・1に示すように、半径  $R=10\text{ cm}$  のアクリル製円柱および波高計を設置し、写真-1・3・3に示す直流パルス発生装置を用いて、円柱側壁から

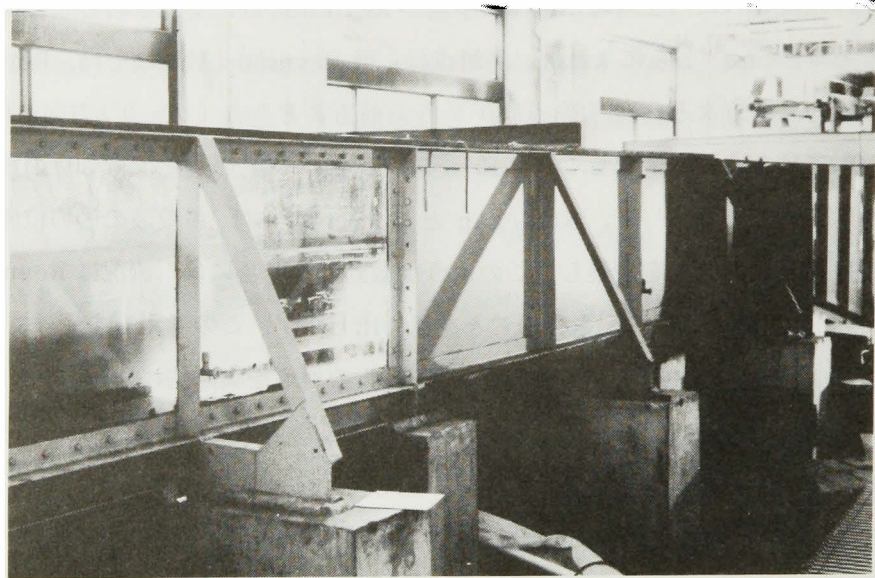


写真-1・3・1 造波水槽

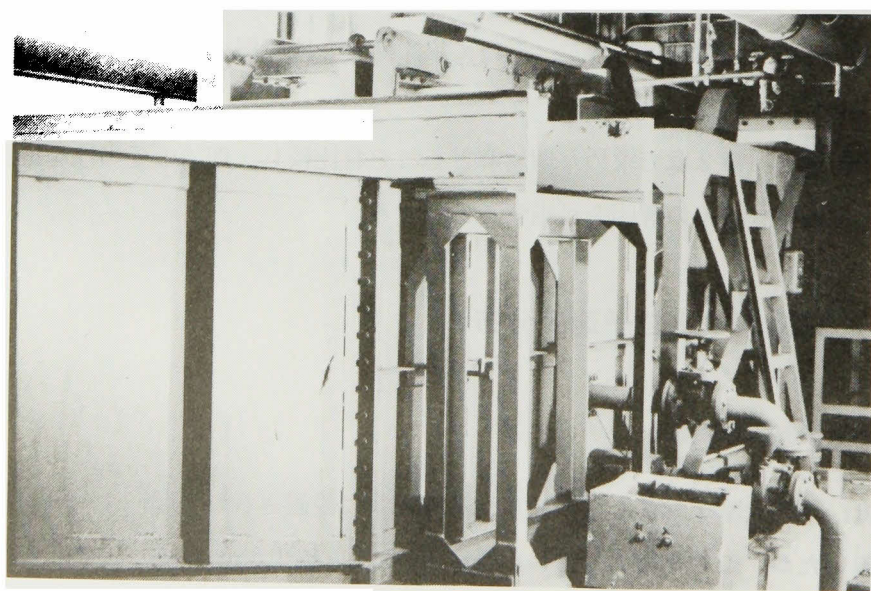


写真-1・3・2 造波機

水平に張った白金線（直径 0.1 mm）より水素気泡列を発生させたが、これを水面上よりカメラを用いて写真撮影することにより、水粒子速度の測定を行なった。水面変動の測定には、写真-1・3・4 に示す水位計増幅器を使用し、この出力を写真-1・3・5 に示すペン書きレコーダーにより記録する方法を用いた。座標系のとり方は図-1・2・1 に従うが、白金線にはほぼ 1 cm ごとにペンキが塗付されており、従って気泡の  $r$  方向および  $\theta$  方向の移動位置を知ることができる。その一例を写真-1・3・6 に示すが、これらの写真から、気泡間隔を読みとり、気泡発生時間間隔で割ることにより、 $\theta$  方向の水粒子速度  $U$  および  $r$  方向の水粒子速度  $V$  の値を算出した。

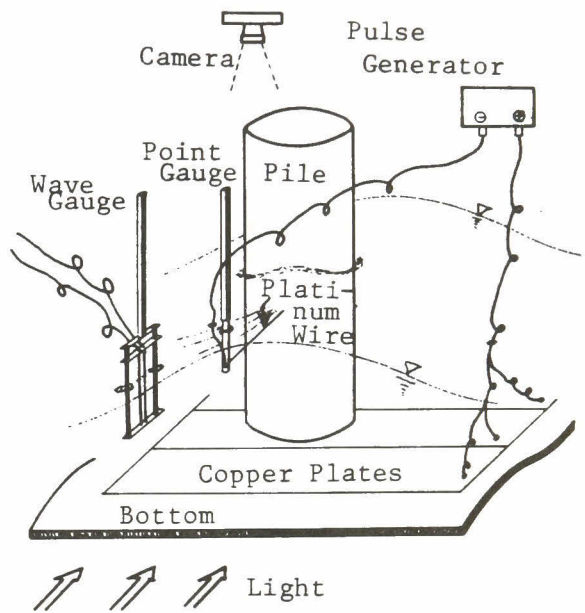


図-1・3・1 実験装置模式図  
(回折波の場合)

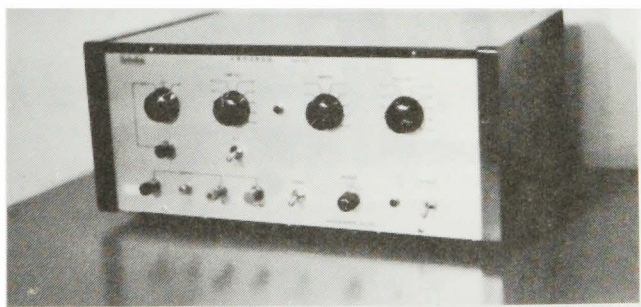


写真-1・3・3 直流パルス発生装置

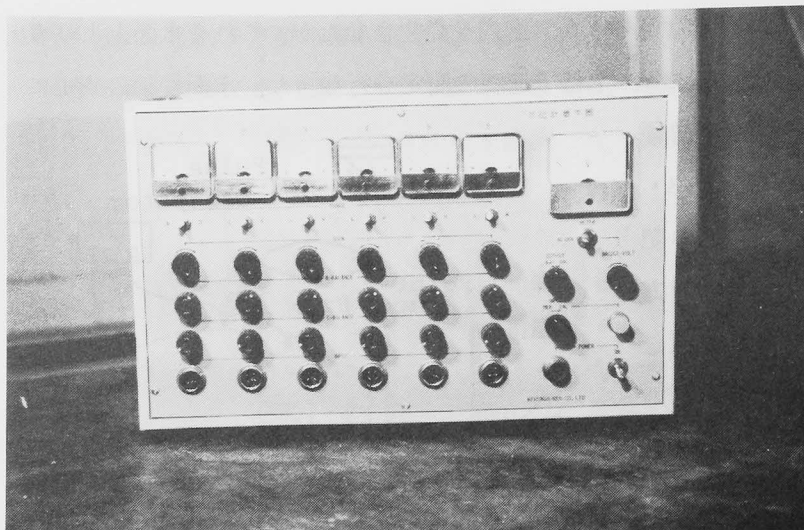


写真-1・3・4 水位計増幅器

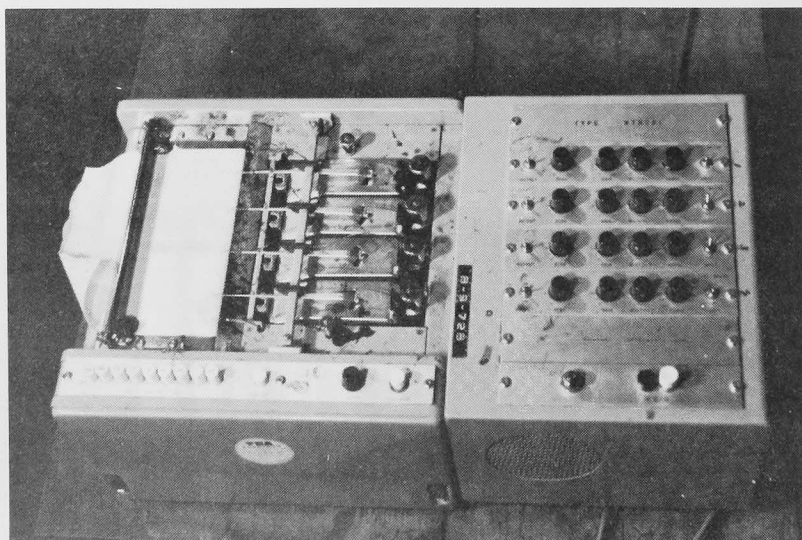
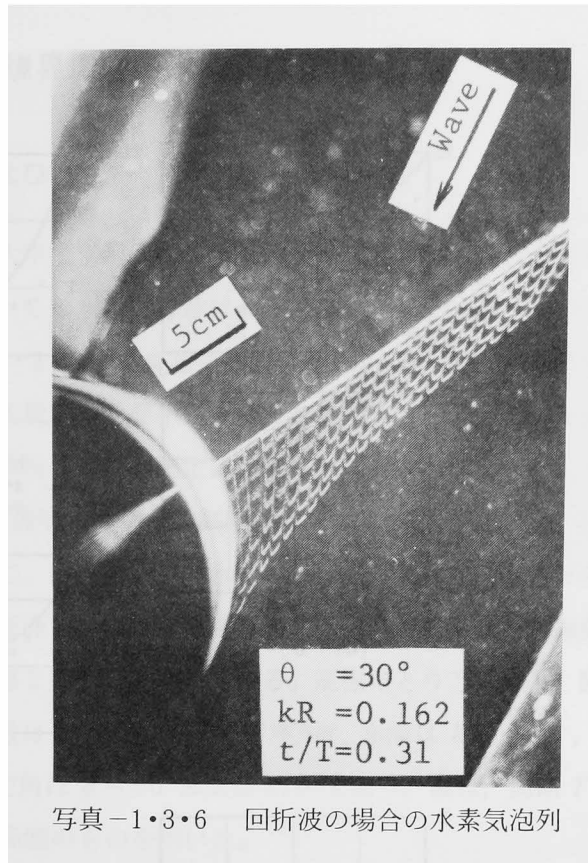


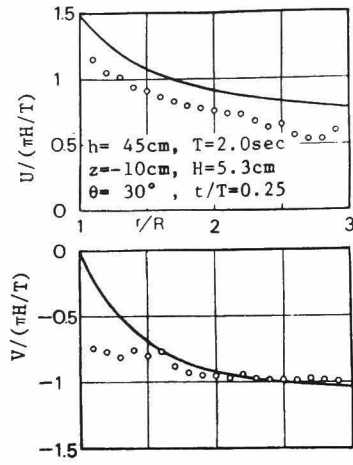
写真-1・3・5 ペン書きレコーダー



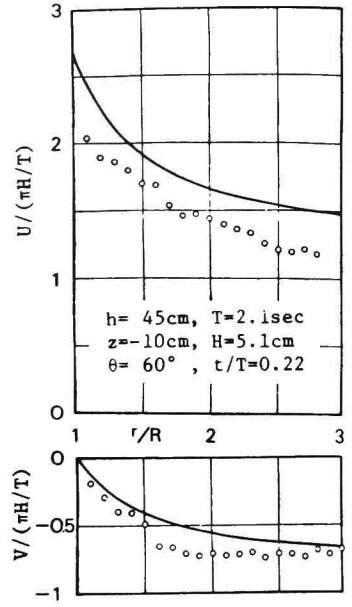


## (2) 実験結果および考察

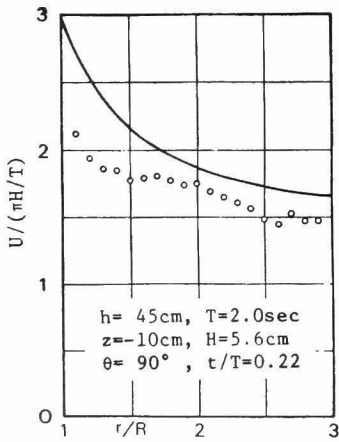
実験結果の数例を図-1・3・2に示す。図中の丸印は測定値であり、実線は式(1・2・1)あるいは式(1・2・2)による理論曲線である。図よりわかるように、 $V$ の実験値と理論値はほぼ一致しているといえるが、 $U$ については、値そのものは全般的に実験値の方が理論値より小さく、また両者の分布形状は、円柱前面( $\theta < 90^\circ$ )ではほぼ一致する反面、円柱背面( $\theta > 90^\circ$ )では、両者の相違が大きくなるように思われる。しかし、測定値には、速度場が時間的に変化することにもとづく誤差が混入しており、したがってより正確を期するためには、水素気泡のストリークラインそのものの形状について、理論値と実験値を比較することが考えられる。



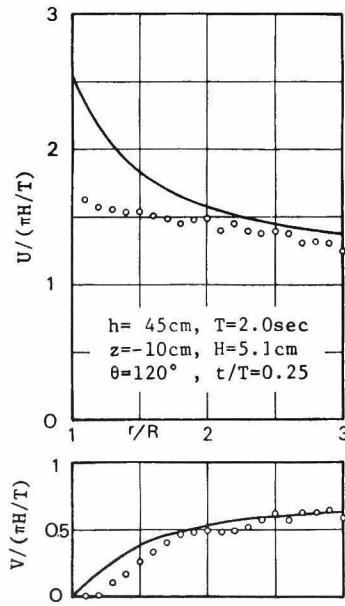
(a)  $\theta = 30^\circ$



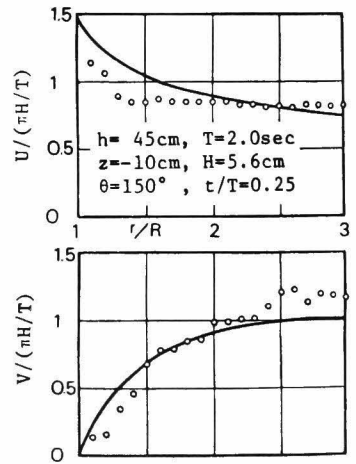
(b)  $\theta = 60^\circ$



(c)  $\theta = 90^\circ$



(d)  $\theta = 120^\circ$



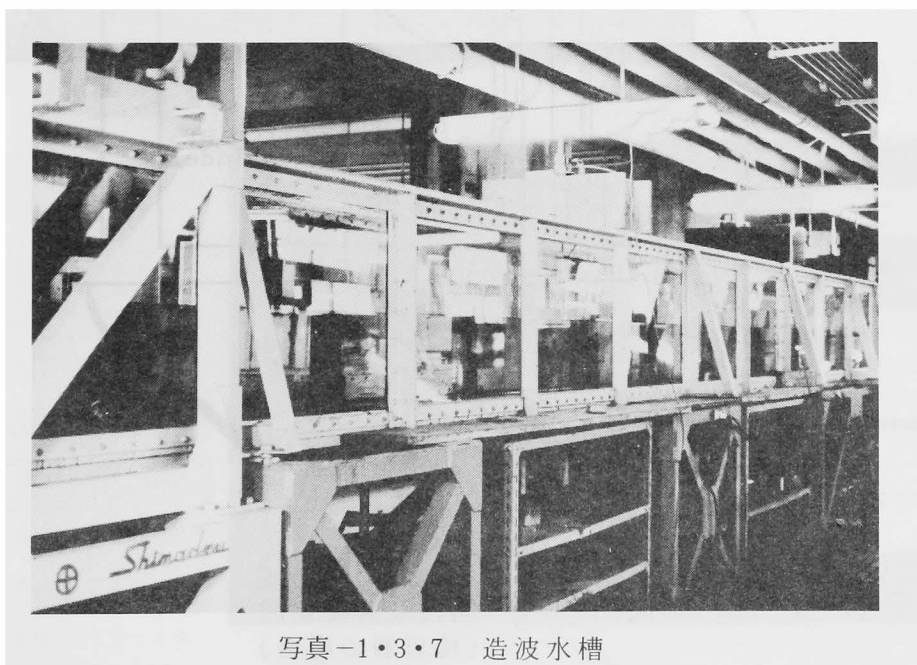
(e)  $\theta = 150^\circ$

図-1・3・2 回折波の水粒子速度 $U$ および $V$ の分布

### 第3節 層流境界層内の水粒子速度分布<sup>7), 8)</sup>

#### (1) 実験装置および方法

実験には、京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された写真-1・3・7に示す造波水槽を用いたが、この水槽の寸法は、長さ27m、幅50cm、深さ70cmであり、水槽の一端には、写真-1・3・8に示す電気油圧式造波装置が設置されている。この造波装置は、規則波のみならず不規則波も発生させることができるが、この装置については、第2編第2章で詳述する。水粒子速度の測定は、図-1・3・3に示すように、水槽側壁(ガラス張り)に半径 $R=10\text{cm}$ の透明のアクリル製半円柱を取り付け、写真-1・3・3に示した直流パルス発生装置を用いて、円柱壁面から水平に張った白金線(直径 $0.05\text{mm}$ )より水素気泡列を発生させ、水槽底面(一部ガラス張り)からカメラにより写真撮影する方法を用いた。水面変動の測定は第2節と全く同様である。座標のとり方は以下、図-1・2・4に従うが、実験時の動粘性係数は $\nu=1.024\times 10^{-2}\text{cm}^2/\text{sec}$ 、水深は $h=45\text{cm}$ 、測定点の鉛直位置は $z_p=-15\text{cm}$ 、測定角は $\theta=90^\circ$ および $110^\circ$ であり、波は、周期 $T=1\text{sec}\sim 10\text{sec}$ 、波高 $H=1\text{cm}\sim 4\text{cm}$ の範囲のものを用いた。





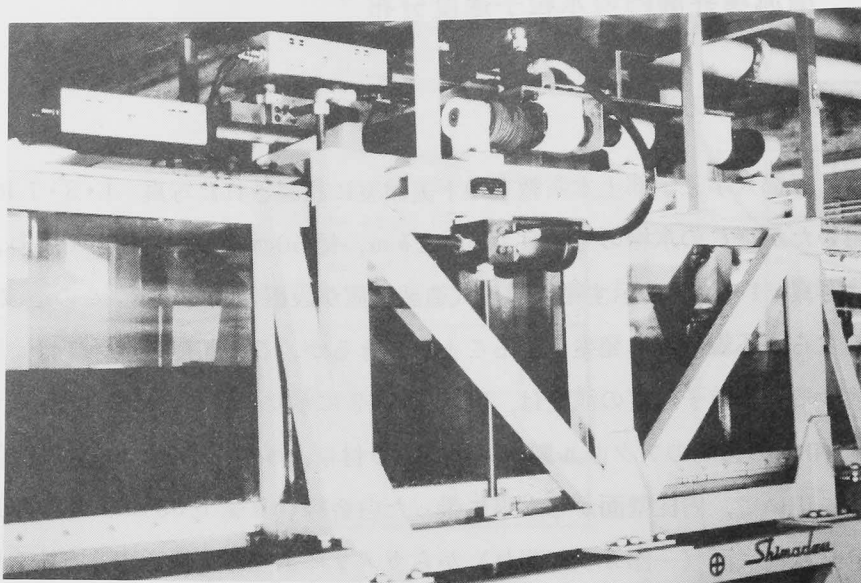


写真-1・3・8 造波装置

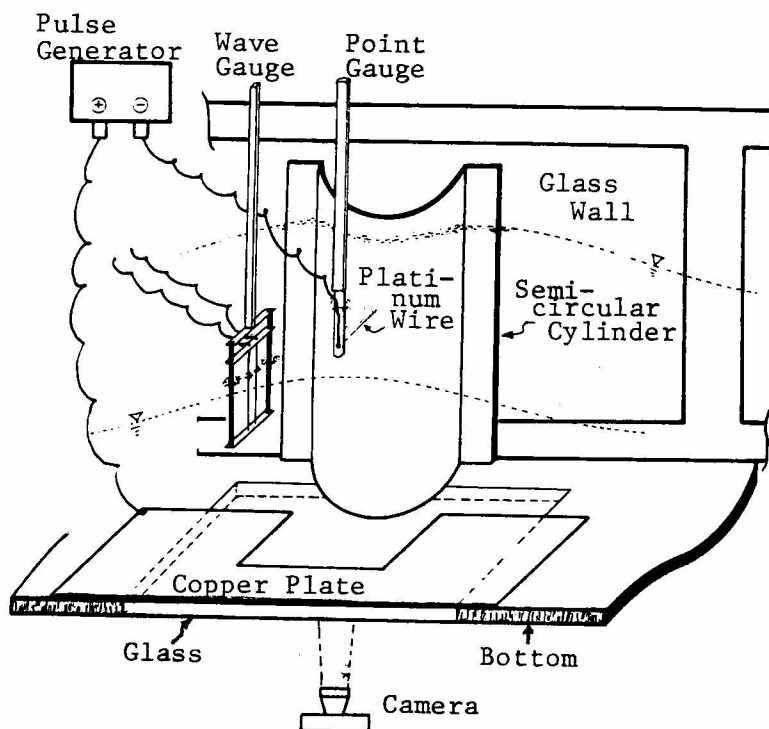
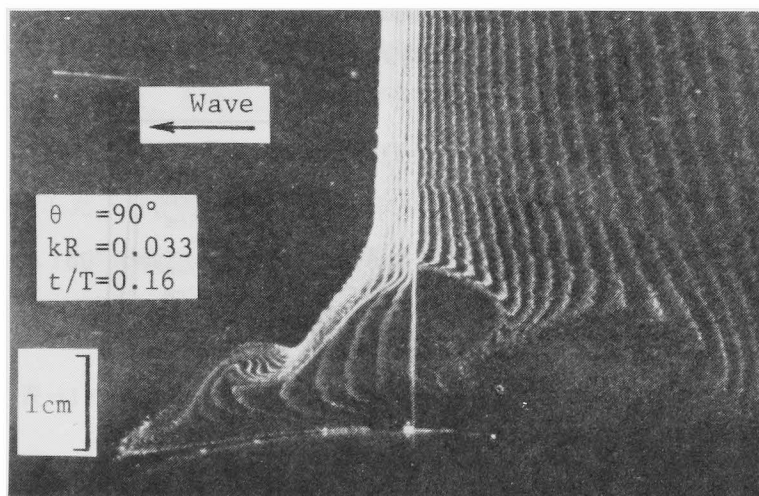


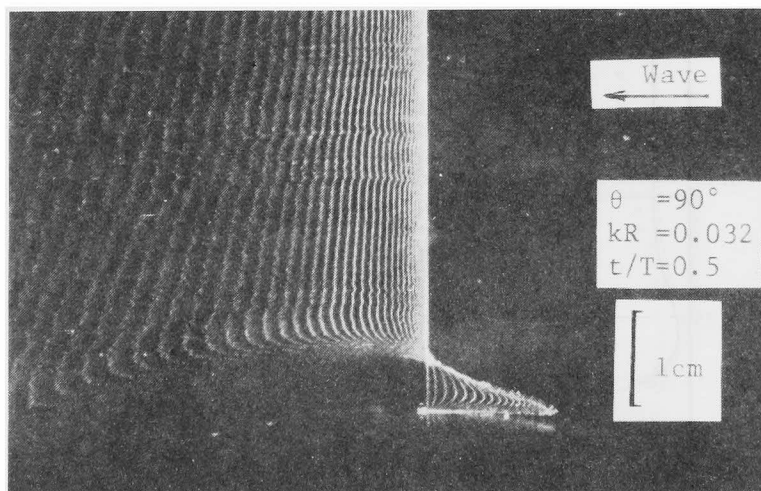
図-1・3・3 実験装置模式図  
(境界層の場合)

## (2) 実験結果および考察

撮影した写真例を写真-1・3・9に，実験結果を図-1・3・4に示す。図中の丸印は写真から読み取った測定値であり，実線は式(1・2・22)の $u_{2nd}$ を，点線は式(1・2・16)の $u_{1st}$ を示すが，これらの実験条件下では，実験でも理論でも層流剥離は発生しない。図からわかるように，全般的に測定値は計算値よりも小さいが，その理由の一つとして，理論値には，境界層外縁の水粒子速度として，式(1・2・11)および式(1・2・12)に示す壁面上の値を用いたための誤差が混入していることがあげられる。すなわち，境界層の厚さを無視していることである。また回折波の水粒子速度に関して，前節の実験の範囲内では，



(a)



(b)

(c)

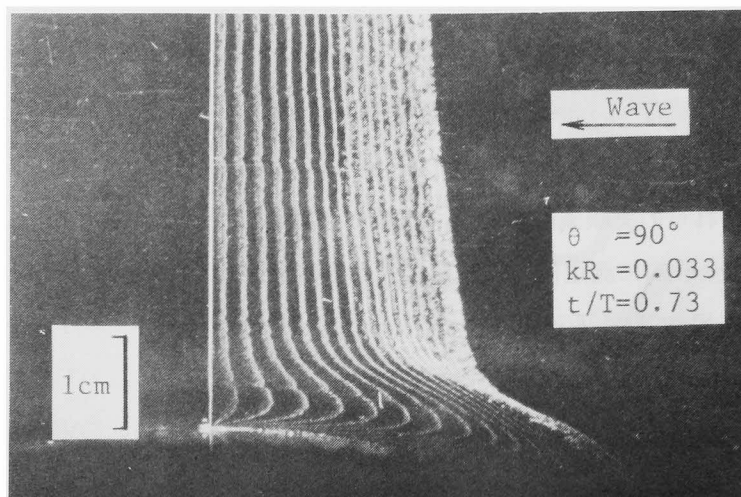


写真-1・3・9 境界層内の水素気泡列

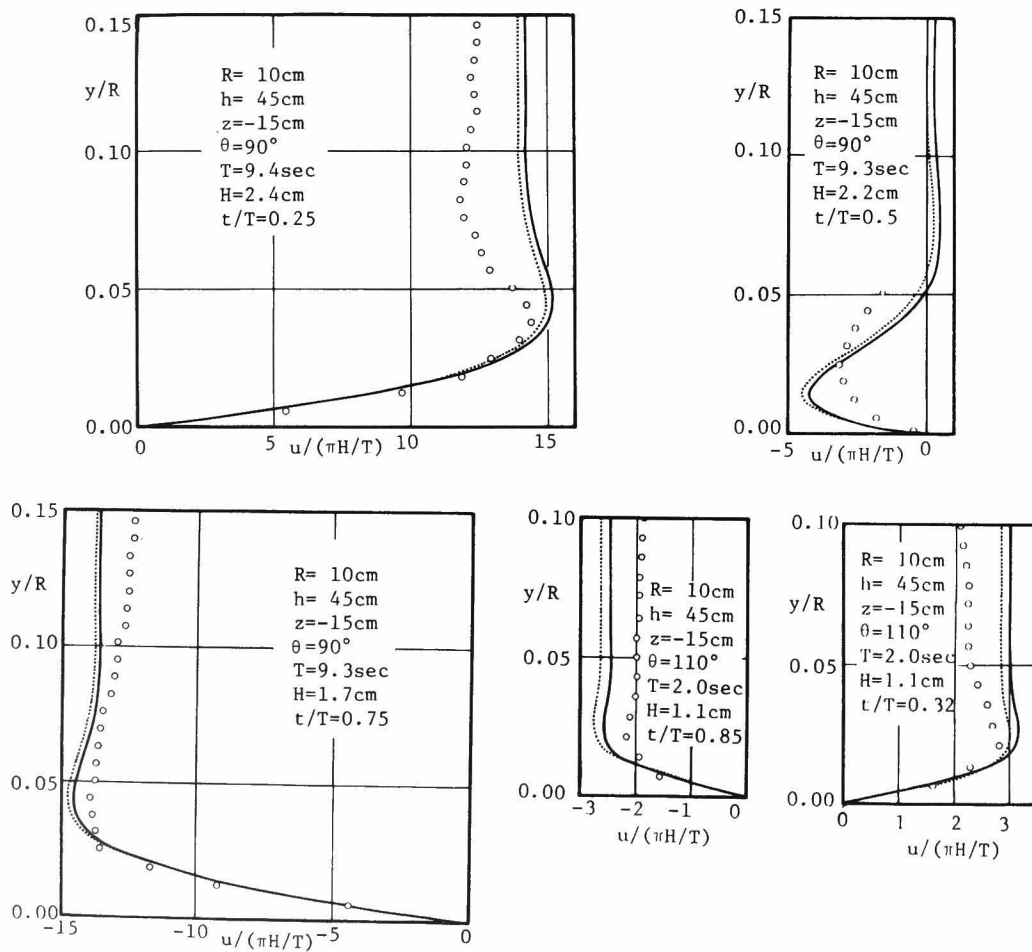


図1・3・4 境界層の速度分布

測定値は式(1・2・1)の値よりも若干小さくなる傾向があり、主流速度の与え方について今後さらに検討する必要があると思われる。

#### 第4節 層流境界層の剥離<sup>9), 10)</sup>

##### (1) 実験装置および方法

実験には、京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された幅50cm、高さ70cm、長さ27mの実験水槽を用いた(写真-1・3・7参照)。造波板の前方約9mの位置に、波高計および図-1・3・5に示す直径 $D$ が3cmの亚克力製円柱を設置したが、円柱壁面からは、水平に白金線を張り、水素気泡発生装置を用いて気泡列を発生させた。このときの円柱上の剥離状況は、水槽底面(一部ガラス張り)から写真撮影した。

実験時の水深 $h$ は40cmとし、白金線の鉛直方向の位置すなわち測定点 $z_p$ は静水面下5cmとした。白金線は図-1・3・5に示すように、円柱の片側だけに張り、円柱を $\theta=90^\circ$ から $160^\circ$ の範囲内で $5^\circ$ ずつ回転させ、波の峰付近の位相における剥離点を調べた。表-1・3・1に各実験ケースの波の諸量を示す。

表-1・3・1 剥離に関する実験ケース

水深 $h=40\text{cm}$ , 測定点 $z_p=-5\text{cm}$				
実験 ケース	周期 $T(\text{sec})$	波高 $H(\text{cm})$	$[K.C.]_m$	$Re_m \times 10^{-3}$
1	2.0	1.5~1.6	2.5~2.7	1.02~1.09
2	2.0	2.4~2.6	4.1~4.4	1.64~1.77
3	2.0	3.3~3.4	5.6~5.7	2.25~2.32
4	2.0	3.7~3.9	6.2~6.6	2.49~2.63
5	2.0	4.9~5.1	8.3~8.6	3.30~3.44
6	2.0	5.7~5.8	9.6~9.8	3.84~3.91
7	3.0	1.0~1.1	2.5~2.8	0.69~0.76
8	3.0	1.8~2.0	4.5~5.0	1.24~1.38
9	3.0	2.5~2.7	6.2~6.7	1.73~1.87
10	3.0	3.5~3.8	8.7~9.5	2.42~2.63
11	3.0	4.5~4.9	11.2~12.2	3.11~3.39

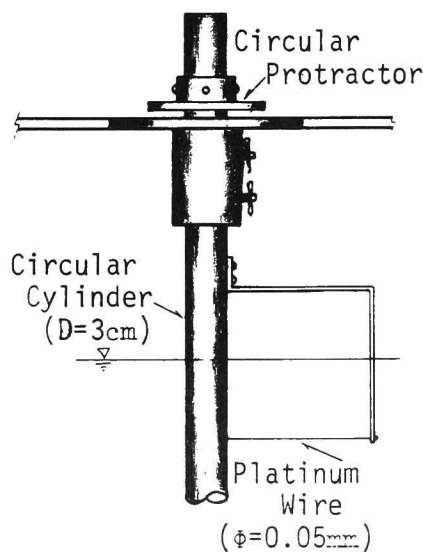
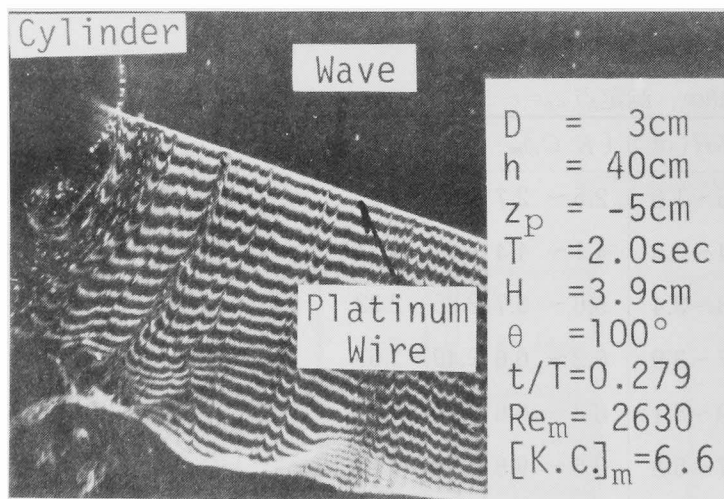


図-1・3・5 剥離点測定用円柱

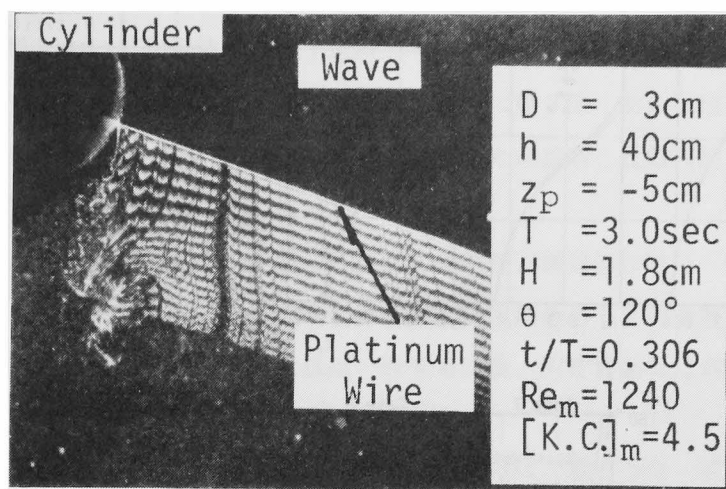
## (2) 実験結果および考察

図-1・3・6には、式(1・2・23)の $\partial u_{2nd}/\partial r|_{r=R}=0$ から算出した剥離点の計算値と実験値との比較を示すが、実験データは、写真-1・3・10に示すように、(a)白金線の位置ではまだ剥離が生じていないもの、(b)白金線の位置がちょうど剥離点となっているもの、および(c)すでに剥離領域内にあるものに分類し、それぞれを白丸、半黒丸および黒丸で示した。図よりわかるように、K.C.数が小さい場合には理論値と実験値は極めて良く一致するが、実験ケース6、10および11のように、K.C.数が大きくなると両者は必ずしも一致しなくなることがわかる。これは、図-1・3・7に模式的に示すように、半周期前に発生した後流渦が、主流速度の反転に伴って、逆方向へ流下する時に、境界層を乱すためである。

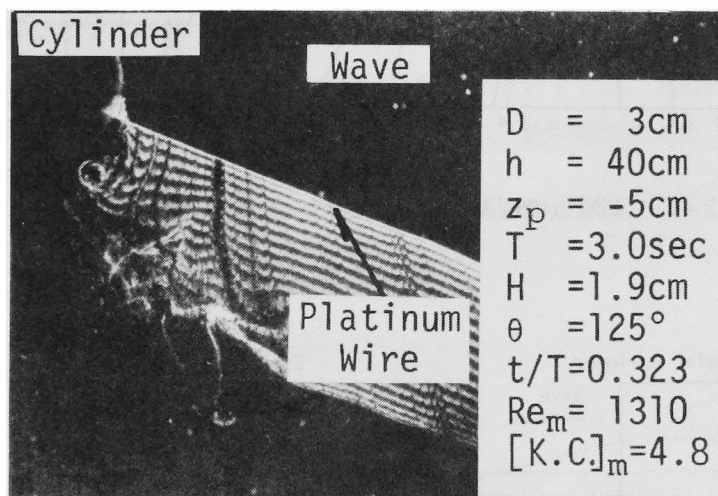
すなわち、第2章第4節に示した剥離点の理論解では、発生した後流渦の影響を考慮することができないため、K.C.数が8.5程度より大きい場合には、実験値と一致しなくなるといえる。



(a)



(b)



(c)

写真-1・3・10 剥離点付近の水粒子の挙動

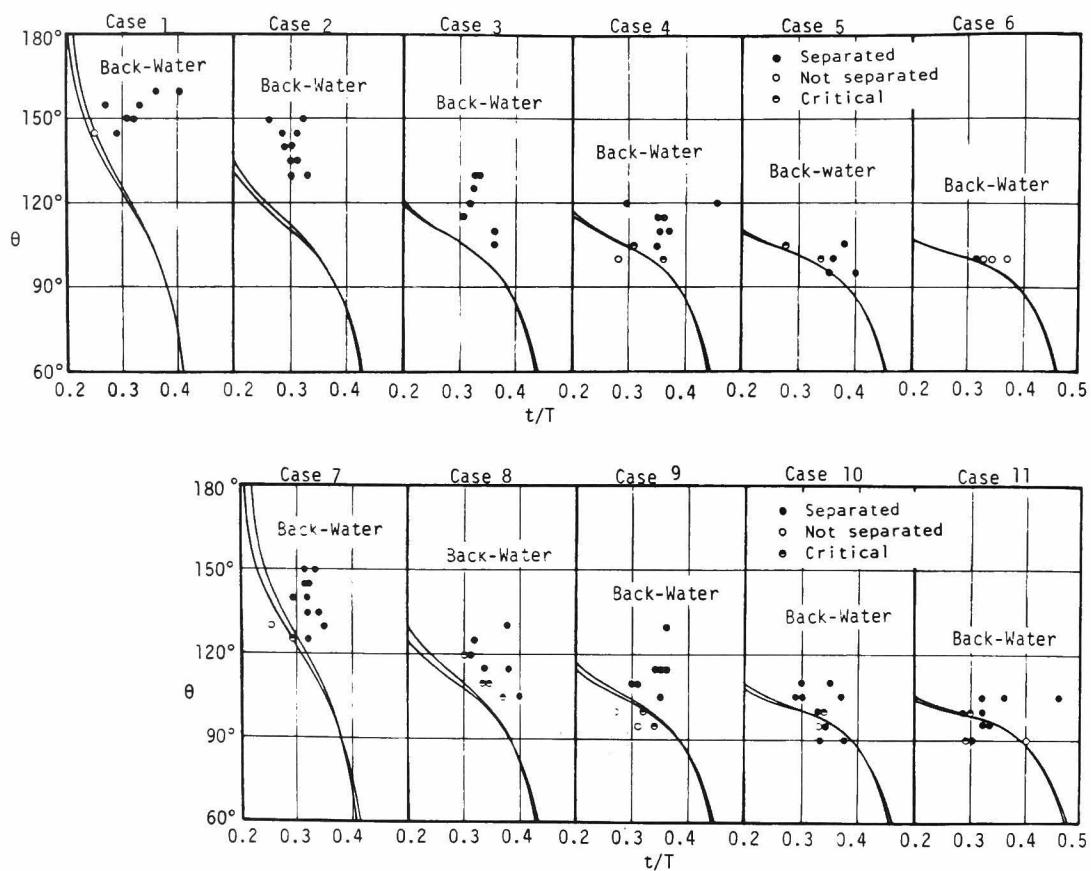


図-1・3・6 剥離点の理論曲線と実験データとの比較

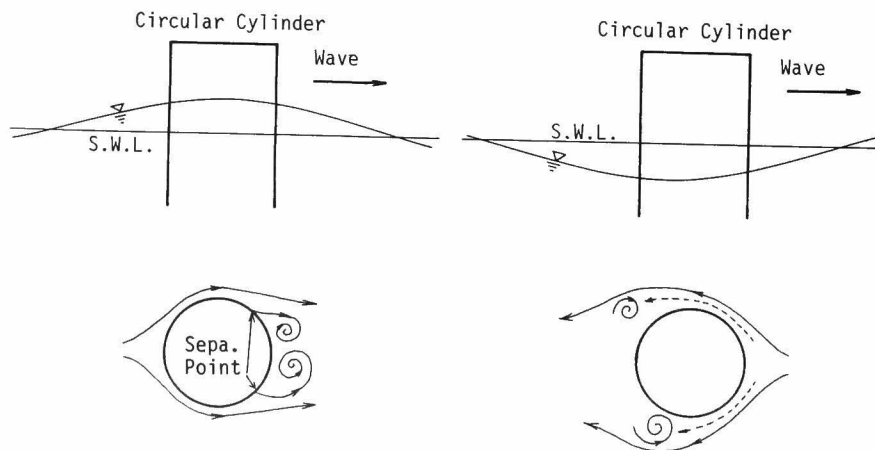


図-1・3・7 後流渦の逆方向への流下

## 第 5 節 結 語

本章では、まず第 2 節において回折波の水粒子速度分布について若干の実験を行い、ついで第 3 節において境界層内の水粒子速度分布を測定し、最後に第 3 節において境界層の剥離点に関する実験を取り扱って、それぞれ、第 2 章で求めた理論解と比較検討したが、その結果を要約すると、次の通りである。

1) 回折波の水粒子速度のうち、 $r$  方向の水粒子速度  $V$  の実験値と理論値はほぼ一致するが、 $\theta$  方向の水粒子速度  $U$  については、値そのものは全般的に実験値の方が理論値より小さく、また、両者の分布形状は、円柱前面ではほぼ一致する反面、円柱背面では両者の相違が大きくなる。

2) 境界層内の水粒子速度は、壁面付近では実験値と理論値はほぼ一致するが、境界層外縁付近では理論値は実験値よりやや小さくなる。この原因としては、理論値には、境界層外縁の水粒子速度として壁面上の水粒子速度を用いたための誤差が混入していること、および回折波の水粒子速度は、第 2 節の実験範囲内では、実験値の方が理論値よりも若干小さくなることなどがあげられる。

3) 剥離点の実験値と理論値とは、K.C. 数が約 8 以下では、比較的良く一致し、第 2 章の理論解の妥当性を裏づけるものであるが、K.C. 数が増大すると、半周期前の後流渦の影響が大きくなり、両者の相違が大きくなる。



## 参 考 文 献

- 1) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, 6th Edition, McGraw-Hill, pp.65~70, 1968.
- 2) 浅沼 強編 : 流れの可視化ハンドブック, 朝倉書店, pp.7~19, 1977.
- 3) Son, Jaime S. and Thomas J. Hanratty : Velocity gradients at the wall for flow around a cylinder at Reynolds numbers from  $5 \times 10^3$  to  $10^5$ , Jour. Fluid Mech., Vol.35, Part 2, pp.353~368, 1969.
- 4) Son, Jaime S. and Thomas J. Hanratty : Numerical solution for the flow around a cylinder at Reynolds numbers of 40, 200 and 500, Jour. Fluid Mech., Vol.35, Part 2, pp.369~386, 1969.
- 5) Keulegan, G. H. and Carpenter, L. H. : Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, Jour. Res. Nat. Bur. Stand., Vol.60, No 5, pp.423~440, 1958.
- 6) Bidde, D. D. : Laboratory study of lift forces on circular piles, Proc. A. S. C. E., Vol.97, No.WW 4, pp.595~614, 1971.
- 7) Iwagaki, Y. and Ishida, H. : Laminar boundary layer around a circular cylinder under oscillatory waves, Proc. 14th Conf. on Coastal Eng., pp.1848~1862, 1974.
- 8) 岩垣雄一・石田 啓 : 波動により円柱上に発達する3次元層流境界層について, 第21回海岸工学講演会論文集, pp.1~6, 1974.
- 9) Iwagaki, Y. and Ishida, H. : Flow separation, wake vortices and pressure distribution around a circular cylinder under oscillatory waves, Proc. 15th Conf on Coastal Eng., pp.2341~2356, 1976.
- 10) 岩垣雄一・石田 啓 : 小口径円柱まわりの波圧分布と後流渦について, 第22回海岸工学講演会論文集, pp.531~537, 1975.

## 第4章 後流渦および波圧分布に関する実験的研究

### 第1節 緒 言

第1章および第2章では、境界層の剥離を取り扱ったが、一般に剥離が発生すれば、これに伴って後流渦が生成される。定常流中に設置された円柱の場合、 $Re=10$ から40の範囲では安定した対称渦が発生し、 $Re=70$ から $2.5 \times 10^3$ ではこの渦が流下してKármán渦列を形成する<sup>1)</sup>。この時の渦の発生時間間隔は、Reynolds数により定まるStrouhal数の値<sup>2)</sup>から知ることができる。

ところで、これらの流体の挙動に対応して、円柱まわりの圧力およびせん断力の分布形状が決まるが、円柱の受ける流体力は、低Reynolds数領域ではせん断力による抗力が支配的であり、Reynolds数の増加とともに、後流渦により円柱背面の圧力低下が増加する結果、これに起因する抗力が支配的となる<sup>3)</sup>。これらの結果は、Reynolds数の変化に伴う抗力係数の変化として、すでにまとめて図に示されている<sup>2),4)</sup>ことは言うまでもない。

一方、流体場が波動の場合には、渦の挙動およびこれに対応する圧力分布などは従来ほとんどわかっておらず、そのため抗力係数あるいは慣性係数と流体場との対応についても多くの不明確な点が残されたままである。しかし、最近 Issacson ら<sup>5)</sup>は、円柱まわりの波圧分布と流況との対応について実験的に検討するとともに、測定した波圧分布から算出した揚力係数が、主としてK.C.数と $kh$ に支配されることを指摘していることは注目すべきである。

本章では、第2節において、後流渦の発生および流下などの状況を実験的に明らかにし、次に第3節において、円柱のまわりの波圧分布に与える後流渦の影響について若干の実験的検討を行う。

### 第2節 後 流 渦<sup>6),7)</sup>

#### (1) 実験装置および方法

実験には、写真-1・3・7に示した京都大学工学部土木系数室地下実験室に設置された幅50 cm、高さ70 cm、長さ27 mの実験水槽を用いた。造波板の前方約9 mの位置に、波高

計および直径  $D$  が 3 cm のアクリル製円柱を設置したが、図-1・4・1に示すように、白金線は円柱の両側に張り渡し、写真-1・3・3に示した直流パルス発生装置を用いて水素気泡列を発生させた。このときの後流渦の状況は、水槽底面（一部ガラス張り）から、モータードライブを取りつけたカメラを用いて約 0.25 sec 間隔で連続的に写真撮影した。

実験時の水深は  $h = 40$  cm、白金線の鉛直位置は  $z_p = -5$  cm とし、実験に用いた波は周期  $T = 1$  sec ~ 8 sec、波高  $H = 1.5$  cm ~ 7.5 cm であり、動粘性係数  $\nu = 1.141 \times 10^{-2}$  cm<sup>2</sup>/sec である。

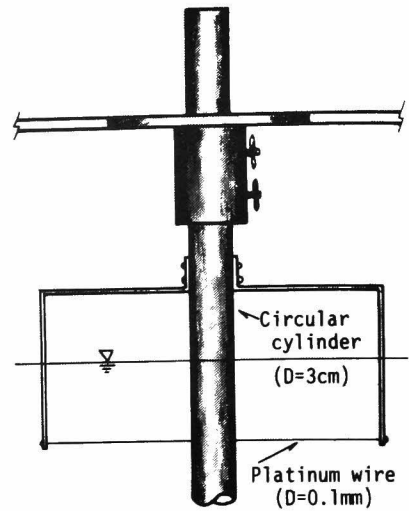


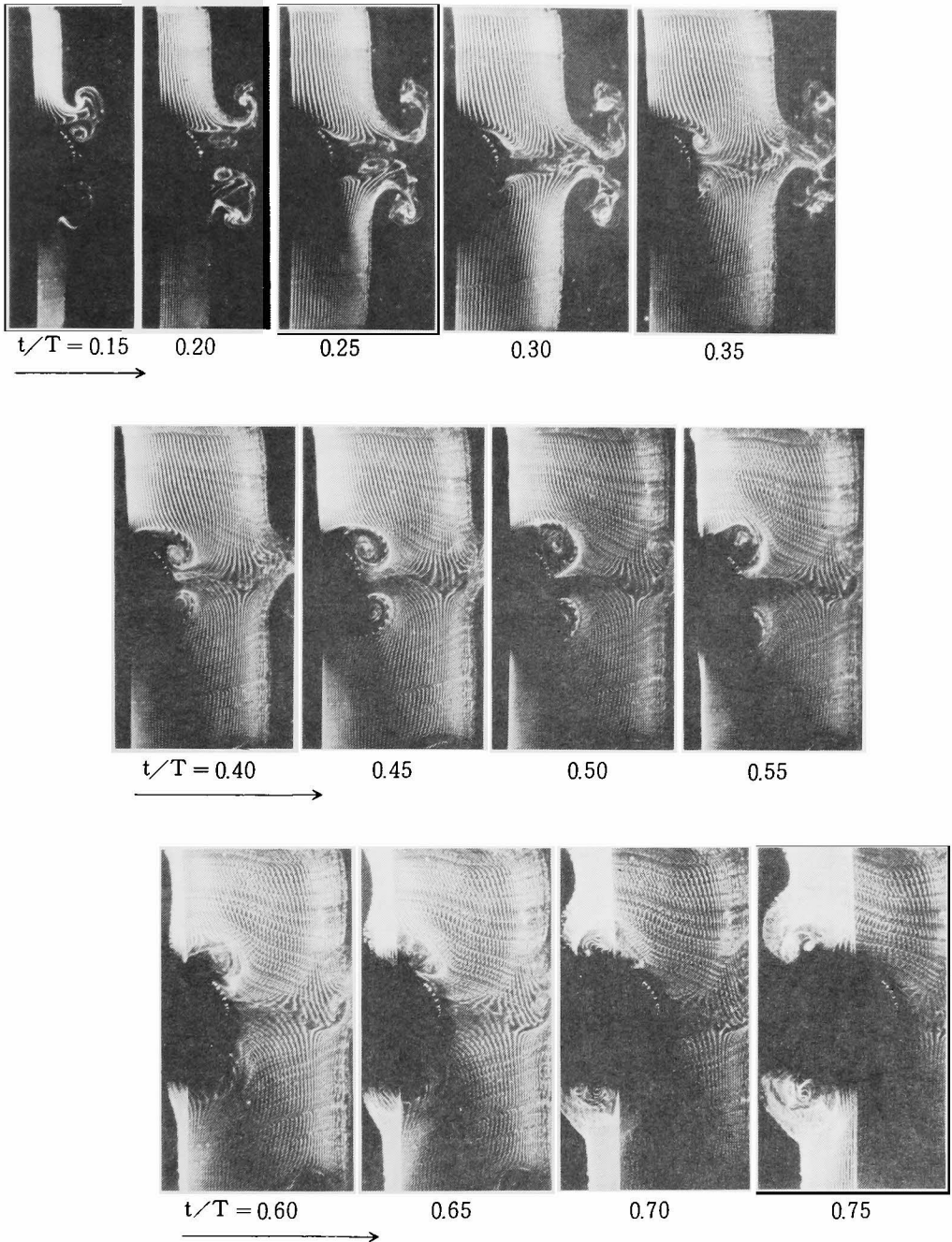
図-1・4・1 後流渦測定用円柱

## (2) 実験結果および考察

後流渦の撮影例として、写真-1・4・1および写真-1・4・2にほぼ対称な渦対および Kármán 渦列に近い非対称な渦の発生状況を示す。写真-1・4・1よりわかるように、まず約半周前に円柱の前面で発生した渦対が、円柱の左右両側から流下し、ついで  $t/T = 0.30$  から円柱背後に新たな渦対が発生し始め、 $t/T = 0.50$  まで対称性を保って成長し続ける。その後、主流の反転とともにこの渦対は円柱前面に向って流下する。この場合の K. C. 数は 7.4 である。一方、写真-1・4・2では、 $t/T = 0.15$  において小さな渦対が見られるが、写真の円柱の下側の渦のみが、 $t/T = 0.23$  まで成長し、 $t/T = 0.31$  になると流下し始める。もう一方の円柱上側の渦は、 $t/T = 0.51$  まで成長し続ける。この時の K. C. 数は 19.8 であり、このような場合には、円柱前後で発生するいくつかの渦により、流体の場はある程度乱れることがわかる。

図-1・4・2(a)に、進行波の Reynolds 数および K. C. 数と後流渦の形状との関係を示すが、図中の各種の記号は、図-1・4・2(b)に示す通りで、模式化して示した渦の形状を表す。図-1・4・2(a)より、本実験の範囲内では、渦の形状は、主として K. C. 数により変化するといえる。K. C. 数が 2 以下では、計算でも実験でも剥離は発生しないが、2 から 7.5 程度の範囲では、対称渦対が発生し、K. C. 数の増加に伴い、そのスケールも大きくなる。さらに K. C. 数が増加すると、渦対は非対称になる。K. C. 数が 15 以上になると、図-1・4・2(b)の Vortex-Pattern C に示すように、2 個の渦のうち一方はある

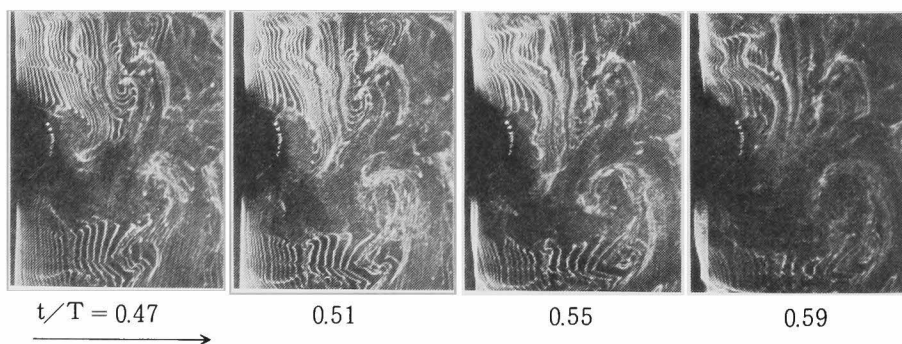
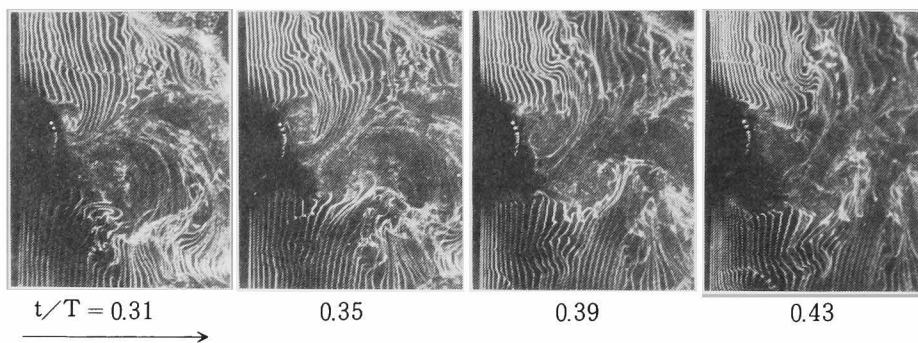
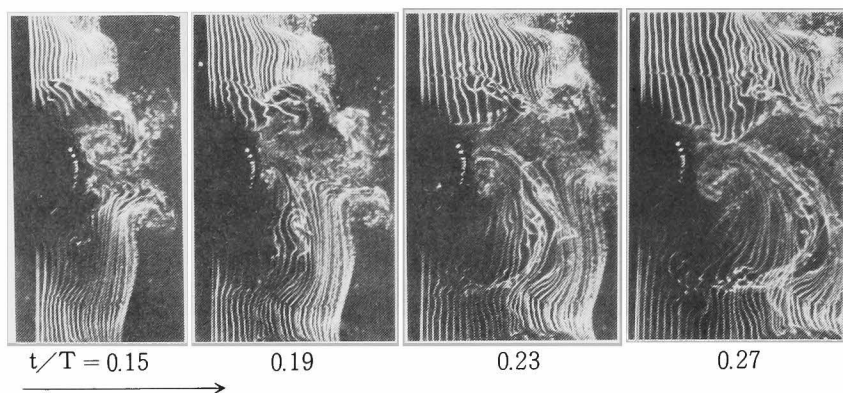
$D=3\text{cm}$ ,  $h=40\text{cm}$ ,  $z_p=-5\text{cm}$ ,  $T=4.9\text{sec}$ ,  $H=1.9\text{cm}$ ,  $Re_m=1220$ ,  $[K.C.]_m=7.4$



A Pair of Symmetric Vortices.







写真-1・4・1 後流渦の時間変化（対称渦対の場合）

$D=3\text{cm}$ ,  $h=40\text{cm}$ ,  $z_p=-5\text{cm}$ ,  $T=7.2\text{sec}$ ,  $H=3.2\text{cm}$ ,  $Re_m=2110$ ,  $[K.C.]_m=19.8$

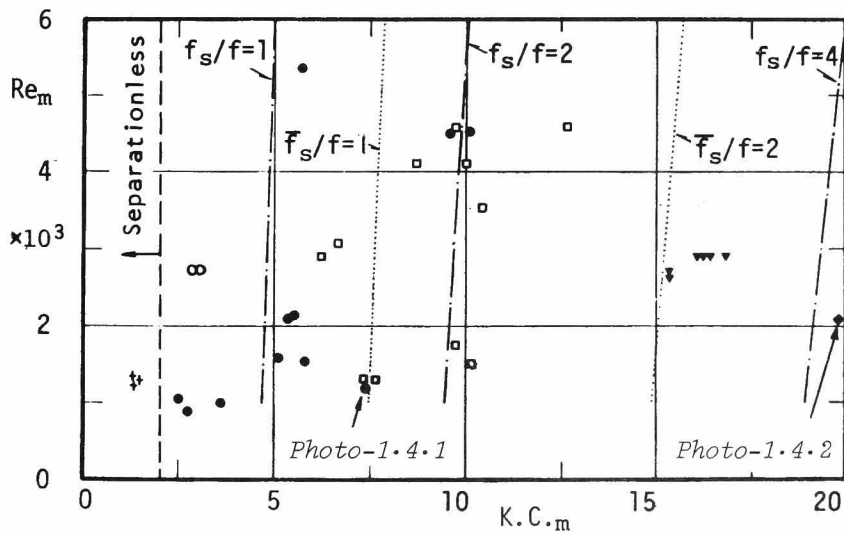


Kármán Vortex Street.

写真-1・4・2 後流渦の時間変化 (Kármán 渦列の場合)

Symbol	Flow Pattern	Note
+		Without separations and without vortices.
○		Separations but without vortices.
●		Vortex-Pattern A; A pair of symmetric vortices.
□		Vortex-Pattern B; A pair of asymmetric vortices.
▼		Vortex-Pattern C; A pair of extremely asymmetric vortices.
◆		Vortex-Pattern D; Pseudo Karman vortex street.

(a) 進行波と後流渦の形状との関係



(b) 後流渦の形状

図-1・4・2 後 流 渦

程度流下し、円柱と2個の渦は主流の方向にはば一列に並ぶようになり、また主流の反転時には、これらの渦は円柱の左右いずれか片側だけを通して流下する。K. C. 数がさらに大きい場合は、Kármán 渦列に近づく。

このような渦対の変化は、渦の発生発達の過程と、その流下特性により決定されるが、前者は剥離点の特性と密接に関係しており、後者は主流の清掃効果および渦列の安定性によるものと考えられる。すなわち、第2章第4節(2)で述べたように、K. C. 数が小さい場合の剥離は、定常流の剥離とは異なるものであり、後流渦は発生し難いが、K. C. 数が大きくなると、比較的長時間大きな後流域が存在し、定常流の場合に近い渦対が形成され、また流下し始めると考えられる。ところで、後流渦の流下特性のうち、渦の発生振動数は、定常流の場合には、Reynolds 数により定まる Strouhal 数の値から知ることができるが、この結果を波動の場合に適用する<sup>8)</sup>と、渦の発生振動数  $f_s$  と波の振動数  $f$  との比は、

$$f_s / f = (Re / Re_m) \cdot S \cdot [K. C.]_m \dots\dots\dots (1 \cdot 4 \cdot 1)$$

のように表すことができる。ここに  $S$  は Strouhal 数であり、 $S = f_s D / U$  であるが、 $f_s / f$  の値は、1 周期の間に発生する渦の数を示すものと解釈できる。

波動の場合 Reynolds 数は時間とともに変化するが、 $Re$  を  $Re_m$  とし、 $Re_m$  から  $S$  の値を求めて式 (1・4・1) より  $f_s / f = 1, 2, 4$  となる場合の  $Re_m$  と  $[K. C.]_m$  との関係を表わしたものを図-1・4・2(a)に一点鎖線で示し、また  $Re_m$  ではなく  $Re = Re_m \cdot \sin 2\pi t / T$  として求めた  $f_s / f$  を半周期平均した値 ( $\bar{f}_s / f$ ) が、1 および 2 となる場合を点線で示す。 $\bar{f}_s / f$  が 2 ということは、半周期の間に渦が1個発生しかつ流下することを意味するが、波の場合には渦は2個同時に発生し始めるため、図中の一点鎖線および点線による渦の数と、実験値とは当然一致しない。しかしながら  $\bar{f}_s / f = 2$  の場合を、発生した2個の渦のうちいずれか一方が流下し、次の渦が発生し始める直前に主流の方向が逆転する場合である、と考えるならば、 $\bar{f}_s / f = 2$  の点線と実験による渦の形状 (Vortex-Pattern C) とは、 $[K. C.]_m \div 16$  において比較的良く一致していると言える。

### 第3節 波 圧 布 分<sup>6),7)</sup>

#### (1) 実験装置および方法

実験に用いた水槽は、写真-1・3・1に示した幅1.5 m、高さ75 cm、長さ17.5 mのもので、造波板の前方9 mの位置に、波高計および波圧測定用円柱を設置した。この円柱は、剥離および後流渦の実験に用いた円柱と全く同じ寸法（直径 $D=3$  cm）であるが、上部円柱および下部円柱と、写真-1・4・3および図-1・4・3に示す真ちゅう製円柱の3部分から構成されており、全長85 cmである。

圧力の測定には、写真-1・4・4に示す超小型圧力センサを用いたが、これを図-1・4・3のAの位置に挿着し、さらに任意角度の圧力を測定するため、円柱は、中心軸のまわりに自由に回転できるように、上部固定台および下部固定台を用いて設置

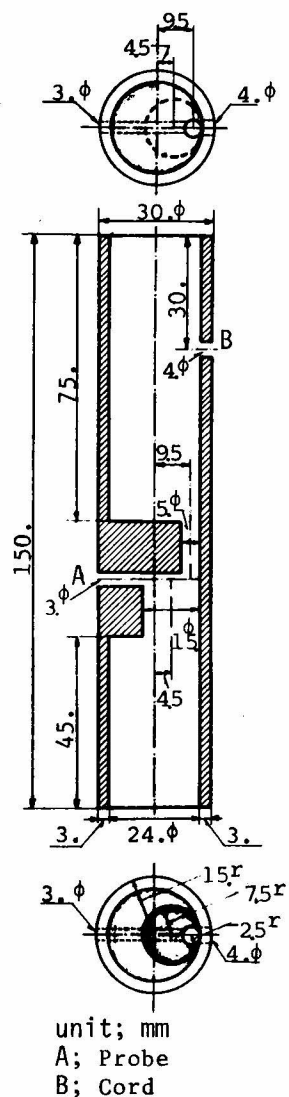
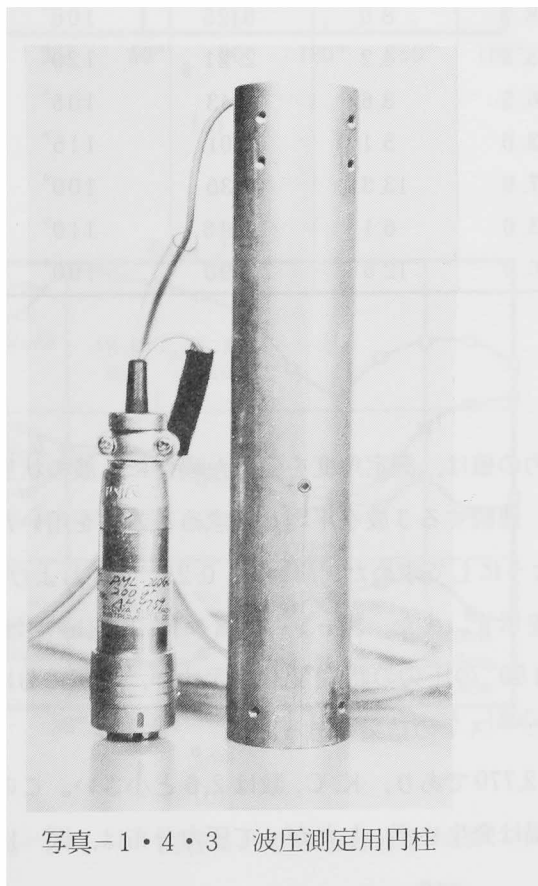


図-1・4・3 波圧測定用円柱



した。圧力センサの較正は、静水中で円柱を断続的に上下させることにより行なったが、その線型性は極めて良好であった。なお実験時の水深は  $h = 40\text{ cm}$ 、圧力の測定点は  $z_p = -5\text{ cm}$  であり、後流渦の実験の場合と全く同じである。実験に用いた波の諸量および  $t/T = 0.25$  の位相における剥離点の計算値を表-1・4・1 に示す。

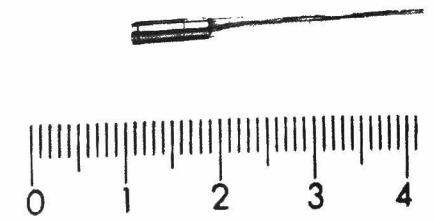


写真-1・4・4 超小型圧力センサ

表-1・4・1 圧力分布測定に関する実験ケース

水深  $h = 40\text{ cm}$ 、測定点  $z_p = -5\text{ cm}$

実験 ケース	周期 $T\text{ (sec)}$	波高 $H\text{ (cm)}$	$[K.C.]_m$	$Re_m \times 10^{-3}$	剥離点の計算値 ( $t/T = 0.25$ )
1	0.7	3.5	2.6	2.77	147°
2	0.7	7.5	5.3	5.80	115°
3	1.0	3.8	3.5	2.71	128°
4	1.0	8.7	8.0	6.25	106°
5	1.5	3.3	4.2	2.21	120°
6	1.5	6.5	8.6	4.43	105°
7	2.0	3.0	5.1	2.01	115°
8	2.0	7.9	13.3	5.30	100°
9	2.5	3.0	6.1	1.96	110°
10	2.5	6.0	12.5	3.90	100°

(2) 実験結果および考察

実験データの解析において、圧力の値は、測定角度を変えた場合にも波の状態は変化しないと仮定し、各測定角度ごとに、連続する3波を平均して求める方法を用いたが、図-1・4・4(a)および(b)には、このようにして求めた  $t/T = 0, 0.25, 0.5$  および  $0.75$  における円柱まわりの圧力分布の一例を示す。また、図-1・4・5(a)および(b)には、これらに対応する  $\theta = 30^\circ, 90^\circ$  および  $150^\circ$  の圧力の時間変化を示すが、各図における(a)および(b)は、それぞれケース1およびケース7の結果である。

ケース1の場合、Reynolds数は2,770であり、K.C.数は2.6と小さい。この場合には、流れの剥離は発生するが、後流渦は発生せず、したがって圧力分布は、図-1・4・4

(a)に示すように比較的滑らかであり，また圧力の時間記録は図-1・4・5(a)に示すように，水面変動に対応した比較的正弦波に近い変動を示す。

一方，ケース7では，Reynolds 数は2010で，K. C.数は5.1であり，この場合には対称渦が発生し，局所的な圧力低下を生じる。すなわち，発生した渦のために，図-1・4・4(b)

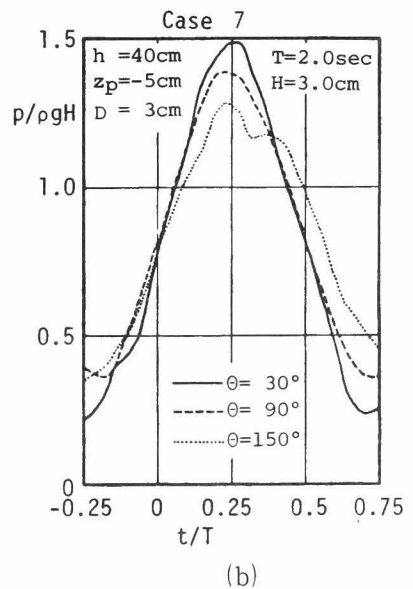
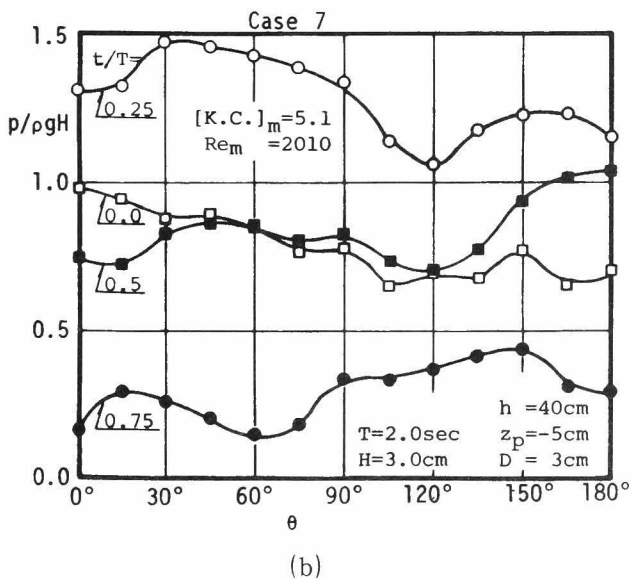
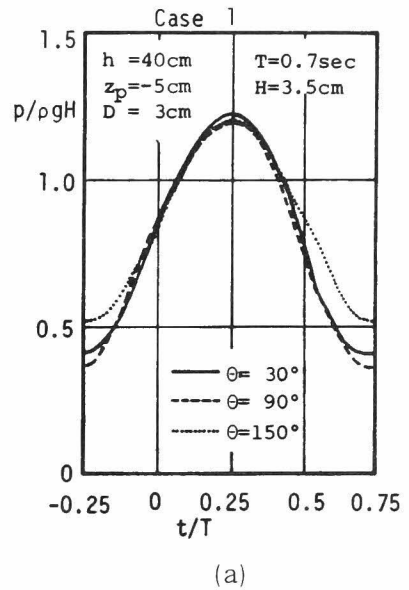
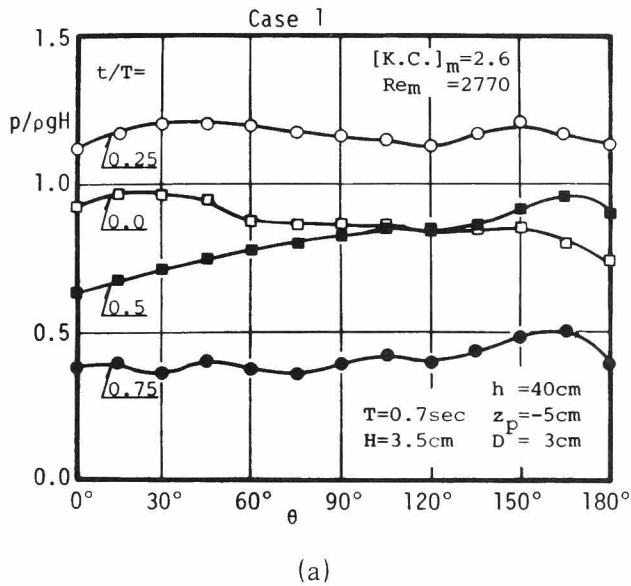
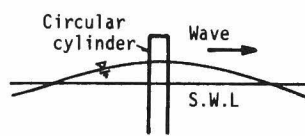


図-1・4・4 円柱まわりの圧力分布

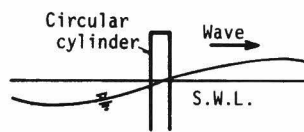
図-1・4・5 圧力の時間変化

の  $t/T = 0.25$  および  $0.5$  の位相における圧力は、それぞれ  $\theta = 120^\circ$  および  $60^\circ$  で極端に低下し、また図-1・4・5(b)の  $\theta = 150^\circ$  および  $30^\circ$  における圧力の時間波形は、それぞれ  $t/T = 0.25$  および  $-0.25 (= 0.75)$  において相当乱れる、といったことが認められる。

さらに、図-1・4・4(b)の  $t/T = 0.5$  の圧力分布を  $t/T = 0.25$  の分布形状と比較すると、 $\theta = 90^\circ \sim 180^\circ$  の範囲では、両者は比較的良く似た分布形状になっていることがわかる。これは発生した渦の残留効果によるものであるが、 $t/T = 0.25$  および  $0.5$  の位相は、波力公式として第5章第3節に示すモリソン公式を用いる場合には、それぞれ抗力および慣性力のみが生じる位相であり、したがって、後流渦が発生すると、抗力が増加するのみならず、その残留効果のために慣性力が減少する可能性があるといえる。このことを模式的に示すと、図-1・4・6のようになるが、こういった傾向は、Vortex-Pattern C のような後流渦が発生する場合に、特に顕著であろうと想像される。



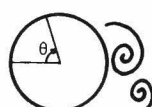
(a)  $t/T=0.25$



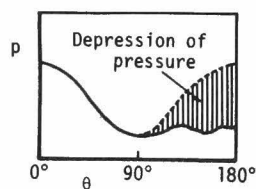
(b)  $t/T=0.5$



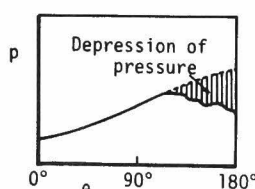
(a) Growth of vortices



(b) Remnant of vortices



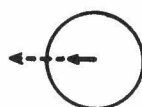
(a) Pressure distribution



(b) Pressure distribution



(a) Increase of drag force



(b) Decrease of inertia force

図-1・4・6 後流渦，圧力分布および波力の関係

## 第 4 節 結 語

本章では、まず第 2 節において波の場に設置した鉛直円柱の背後に形成される後流渦について実験的に検討し、ついで第 3 節において、円柱のまわりの波圧分布について同様に実験を行ったが、これらの結果を要約すると、次のようである。

1)本実験の範囲内では、後流渦の形状は、K. C.数の増加に伴い、対称渦対、非対称渦対、Kármán 渦列の順に形状が移行するが、一般的には、後流渦の形状、スケールあるいは渦の流下の程度などは、K. C. 数と Reynolds 数の両者の値から定まると考えられる。また、半周期の間に発生する後流渦の個数は、定常流の場合の Reynolds 数と Strouhal 数の関係を用いることにより、ある程度の推定を行うことができると思われる。

2)波圧の分布形状は、水位上昇に起因する静的な圧力の他に、動圧および後流渦の影響を受けるが、後流渦の存在する部分の圧力は、定常流の場合と同様に低下し、抗力の発生原因となる。また発生した後流渦は、すぐには消滅せず、 $\frac{1}{4}$ 周期後の波圧分布にも影響を与えるため、渦の残流効果が大きい場合には、モリソン公式における慣性力は、小さくなることが予想される。

## 参考文献

- 1) Batchelor, G. K. : An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press, pp.343~353, 1967.
- 2) たとえば水理公式集, 土木学会編, pp.43~50, 1971.
- 3) Achenbach, E. : Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross flow up to  $Re = 5 \times 10^6$ , Jour Fluid Mech., Vol.34, Part 4, pp.625~639, 1968.
- 4) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, 6th Edition, McGraw - Hill, pp.17, 1968.
- 5) Isaacson, M. de St. Q., and David J. Maull : Transverse Forces on vertical cylinders in waves, Proc. A. S. C. E., Vol.102, No.WW1, pp.49~60, 1976.
- 6) 岩垣雄一・石田 啓 : 小口径円柱まわりの波圧分布と後流渦について, 第22回海岸工学講演会論文集, pp.531~537, 1975.
- 7) Iwagaki, Y. and Ishida, H. : Flow separation, wake vortices and pressure distribution around a circular cylinder under oscillatory waves, Proc. 15th Conf. on Coastal Eng., pp.2341~2356, 1976.
- 8) Keulegan, G. H. and Carpenter, L. H. : Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, Jour. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 60, No. 5, pp. 423~440, 1958.

## 第5章 円柱に作用する波力の評価に関する研究

### 第1節 緒 言

円柱に作用する波力に関する研究は、波力を慣性力と抗力との和として表現するモリソン公式<sup>1)</sup>に基づくものと、完全流体の仮定下で回折理論<sup>2)</sup>を用いて慣性力を算出する方法とに大別することができる。前者のモリソン公式による波力の算定方法は実用上極めて便利な反面、波動運動による抗力の発生機構が不明確なために、抗力係数の値を正確に評価することがむずかしいという欠点がある。Keulegan と Carpenter<sup>3)</sup>は、重複波の節の位置に設置した水平円柱に働く流体力を測定し、慣性係数および抗力係数を支配するパラメーターとして新たに K. C. 数を導入したことはすでに述べたが、最近 Sarpkaya は、振動流を用いた実験を行い、これらの係数の K. C. 数および Reynolds 数の両者による変化特性を図示するに至っている<sup>4),5)</sup>。

ところで、波動中に設置した鉛直円柱の場合には、自由水面が存在し、また流体の運動は3次元的になり、かつ流体中に速度勾配が生じるなどの特性が加わる。こういった場合の流体力すなわち波力については、振動流の場合よりもはるかに多数の実験的研究があり、特に Keulegan と Carpenter の考え方を踏襲したものとしては、土屋・山口<sup>6)</sup>による抗力係数の Reynolds 数による変化を示した結果や、岩垣・石田・千田<sup>7)</sup>の K. C. 数による抗力係数の変化を示したものなどがある。しかしいずれの研究でも、抗力係数の値が分散する原因や、各種パラメーターによるその変化特性などが十分に解明されているわけではない。

他方、後者の MacCamy と Fuchs に始まる回折理論<sup>2)</sup>による波力の表現では、流体の粘性を無視したために、抗力を考慮することができず、したがってこの理論から算出した波力は、慣性力のみを表わすと考えることができる。ところで、この回折理論は、微小振幅波理論の範囲内のものであり、以後の研究は、もっぱら有限振幅波理論への拡張といった方向に進み、まず Chakraberti<sup>8)</sup>が水面条件は満足していないが、一応有限振幅波に拡張した理論を提示し、ついで、山口・土屋<sup>9)</sup>が、この欠点を除いた新しい非線型理論を誘導し、慣性係数に及ぼす波の非線型特性を解明するに至っている。

ところで、微小振幅波理論の範囲内では、波による円柱周辺の流体場を支配する無次元量が  $\theta$ ,  $y/R$ ,  $z/h$ ,  $t/T$ ,  $kh$ ,  $kR$ ,  $Re_m$  および  $[K.C.]_m$  であることは、すでに第2章第3節に示したが、波力は、壁面上  $y/R=0$  での圧力およびせん断力を、 $\theta=0$  から  $2\pi$

にわたってベクトルの総和したものであり、したがって波力を支配する諸量は、 $z/h$ ,  $t/T$ ,  $kh$ ,  $kR$ ,  $Re_m$  および  $[K.C.]_m$  であると言える。

これらのうち、 $z/h$ は、波力の測定点すなわち、セグメントの設置位置を示すが、水粒子速度が鉛直方向に変化しない振動流の場合や、円柱全長に働く全波力を取り扱う場合には、除外されることは言うまでもない。

波の位相  $t/T$  については、単に波の水粒子速度や加速度が  $t/T$  に依存するだけではなく、第4章第2節の結果からもわかるように、後流域の流況もまた  $t/T$  に依存する。したがって、波力式としてモリソン公式を用いた場合、波力係数が  $t/T$  に依存することは容易に予想される。一方  $kh$  は、鉛直方向水粒子速度の混入の程度を示すパラメーターであるが、これが波力係数に及ぼす影響については現在のところ必ずしも明白でない。また  $kR$  は、波の回折効果による慣性力の変化およびその最大値が生じる位相の変化を示すものであるが、図-1・5・1からわかるように、

$kR$  が0.4以下の小口径円柱では、慣性係数に与える影響はほとんどないといえる。

なお、 $Re_m$  および  $[K.C.]_m$  は、すでに第4章第2節で示したように、波動や振動流の場合の、剥離や後流渦の特性を示すパラメーターであり、したがって波力の発生機構と密接な関係を持つことはいうまでもない。

本章では、まず第2節において、流体の粘性に起因する力はすべて抗力であるという観点に立ち、波動の場合の抗力係数と定常流の場合の低抗係数との相違について検討する。すなわち、測定した波力とMacCamy-Fuchsの回折理論に基づく慣性力との差を抗力と見なすことにより、一周期の間の抗力係数の変化について考察する。ついで、第3節において、モリソン公式を用いた場合の慣性係数および抗力係数について、

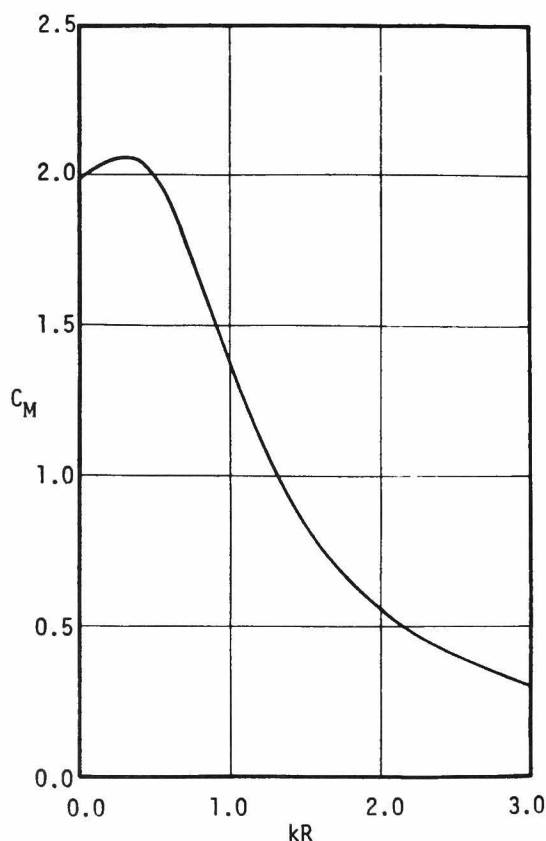


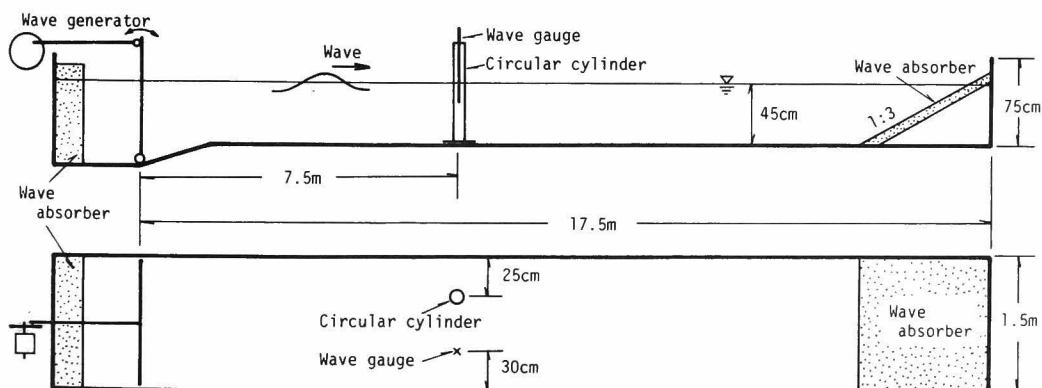
図-1・5・1 MacCamy-Fuchsの回折理論による慣性係数  $C_M$

Reynolds 数および K.C. 数の両者による変化特性を考究するが、この場合、著者らの実験結果とともに、Sarpkaya, Keulegan-Carpenter<sup>3)</sup>、土屋・山口<sup>6)</sup>、合田<sup>10)</sup>および Wiegel<sup>11)</sup> の実験結果を相互に比較し、波動の場の波力係数の特性の解明を試みることにする。

## 第 2 節 抗力の特性

### (1) 実験装置および方法

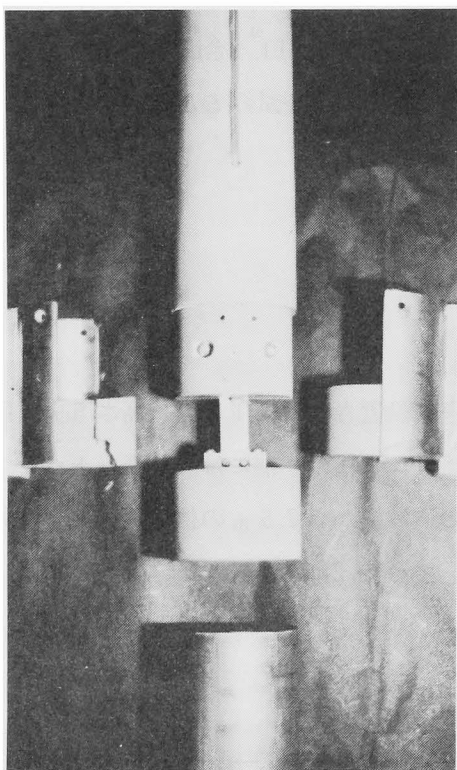
実験は、京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された幅 1.5 m、高さ 75 cm、長さ 17.5 m の実験水槽を用いた（写真－1・3・1 参照）。水槽の一端には、写真－1・3・2 に示したフラッター式造波機が設置されており、この造波板から 7.5 m の位置に、波高計および波力測定用円柱を設置したが、この概要を図－1・5・2 に示す。



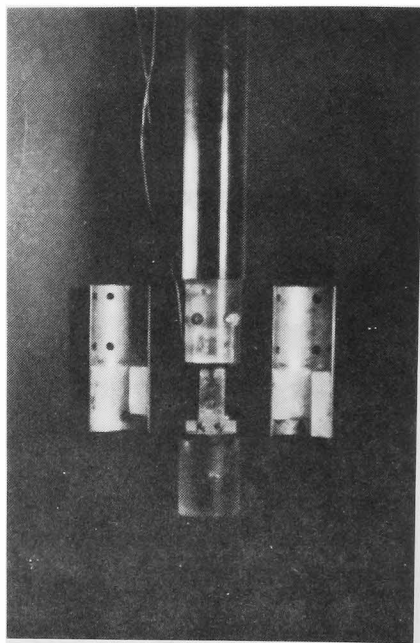
図－1・5・2 実験装置概要

写真－1・5・1は、使用した円柱であるが、直径  $D$  は 6 cm と 3 cm の 2 種類である。長さ 4 cm の波力測定部のセグメントは、上部円柱に板バネで接続されており、この板バネの表と裏に貼り付けた 2 板のストレインゲージのひずみを、写真－1・5・2 に示す動ひずみ計により検出して波力を測定した。セグメントの水中での固有振動数は、 $D = 6$  cm のものは、17.5 Hz、 $D = 3$  cm のものは 32 Hz であり、対象とする波力の振動数よりはるかに大きい。また波力の検定には、アルミ製の滑車を利用して分銅を吊り下げる方法を用いた。実験条件とし





(a) 直径  $D = 6\text{ cm}$



(b) 直径  $D = 3\text{ cm}$

写真-1・5・1 波力測定用円柱

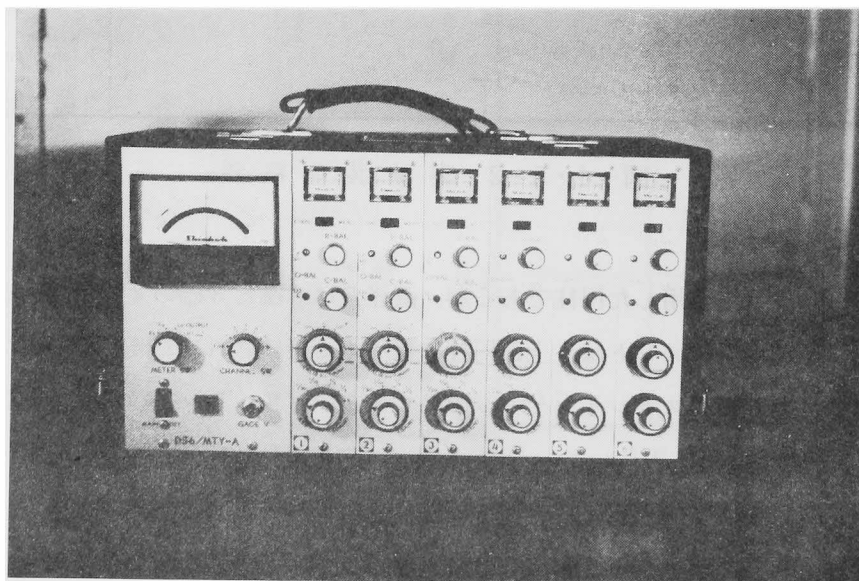


写真-1・5・2 動歪計

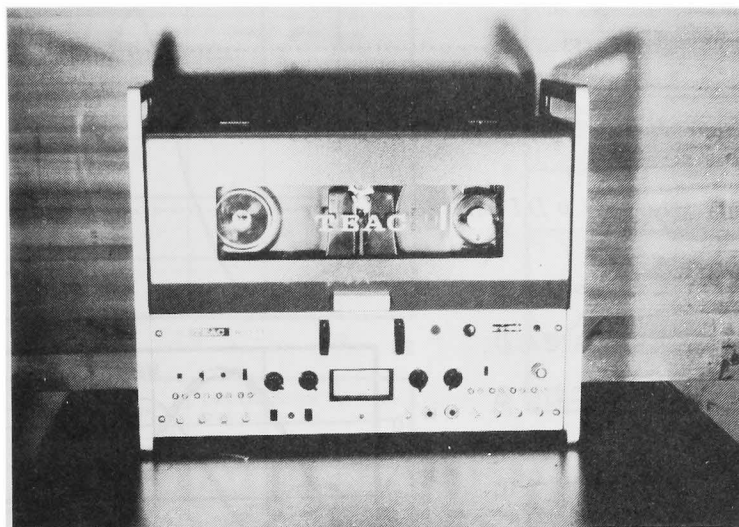


写真-1・5・3 データーレコーダー

て、水深  $h$  は45cm、波力の測定点すなわちセグメントの中心の設置位置  $z_p$  は静水面下10cmとした。実験結果はすべて写真-1・5・3に示すデーターレコーダーに収録し、写真-1・5・4に示すA. D. 変換器を用いて、0.01sec 間隔でデジタル化した。

## (2) 解析方法

完全流体の仮定下では、定常流中の物体には何ら力が働かないが、波動や振動流の場合には慣性力が作用し、さらに実在の流体では、粘性に基づく抗力が加わる。したがって、本節では、測定した波力  $F^*$  と回折理論に基づく慣性力  $F_I$  との差が抗力  $F_b$  であると考えることにより、抗力の

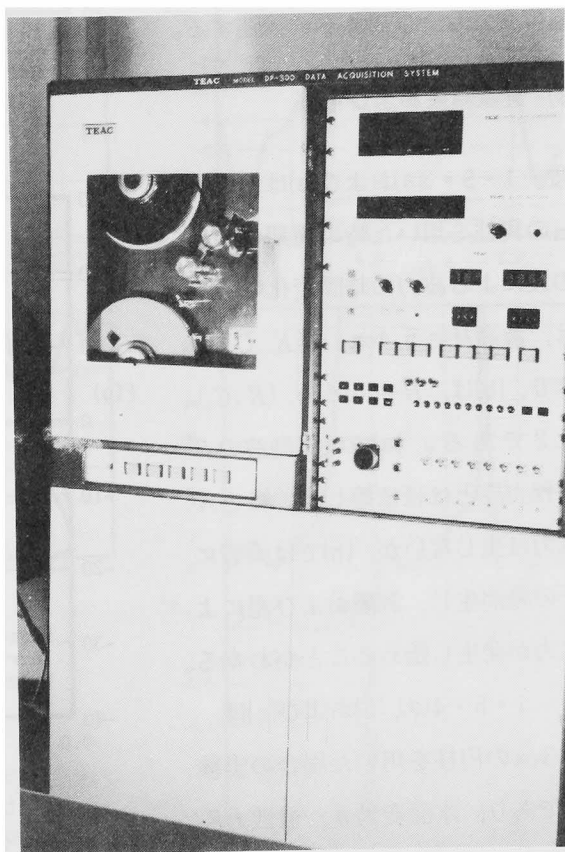


写真-1・5・4 A. D. 変換器

特性を検討する。すなわち、抗力の時間変化は、

$$F_D(t) = F^*(t) - F_I(t) \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 1)$$

により算定する。したがって抗力係数の時間変化は、

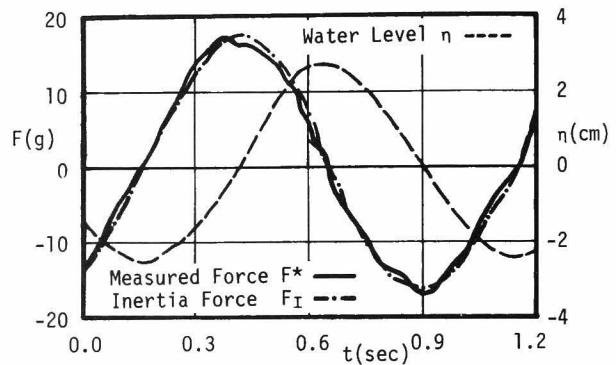
$$C_D(t) = F_D(t) / \left\{ \frac{1}{2} \rho D l u(t) |u(t)| \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 2)$$

により計算できる。ここに  $\rho$  は水の密度、 $l$  はセグメントの長さであり、 $u$  はセグメントの中心位置における水粒子速度である。ただし、 $F_I(t)$  および  $u(t)$  は、水面変動  $\eta(t)$  を入力として、リニアフィルターを用いて算出するが、この方法については第2編第2章および第4章に後述する。

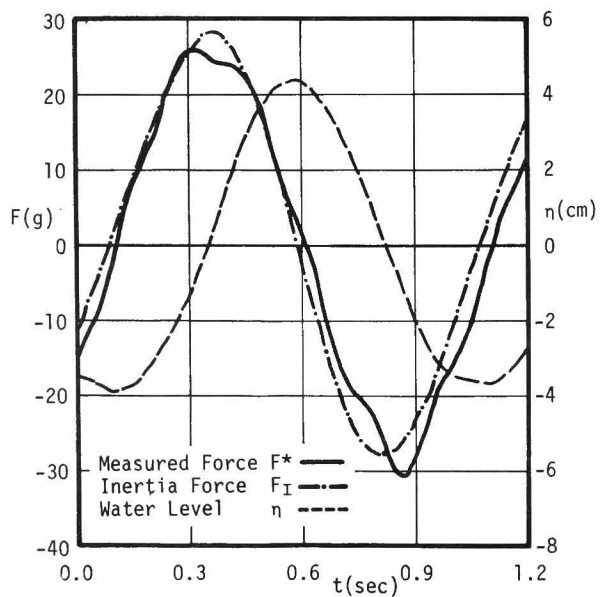
### (3) 実験結果および考察

図-1・5・3(a)および(b)は、 $D = 6$  cmの円柱を用いた時の周期  $T = 1$  secの波による波力の時間変化であり、(a)は、波高  $H = 5.4$  cm、 $[K.C.]_m = 2.0$ 、(b)は、 $H = 8.4$  cm、 $[K.C.]_m = 3.2$  である。(a)では実測波力  $F^*$  と慣性力  $F_I$  とはほぼ等しく、ほとんど抗力は生じないが、(b)では両者に若干の差が生じ、剥離および渦による抗力が発生し始めることがわかる。

図-1・5・4(a)、(b)および(c)は、 $D = 3$  cmの円柱を用いた場合の実験結果であり、水面変動  $\eta$ 、慣性力  $F_I$ 、抗力  $F_D$  および抗力係数  $C_D$  の時間変化



(a)  $[K.C.]_m = 2.0$



(b)  $[K.C.]_m = 3.2$

図-1・5・3 実測波力  $F^*$  および慣性力  $F_I$  の時間変化

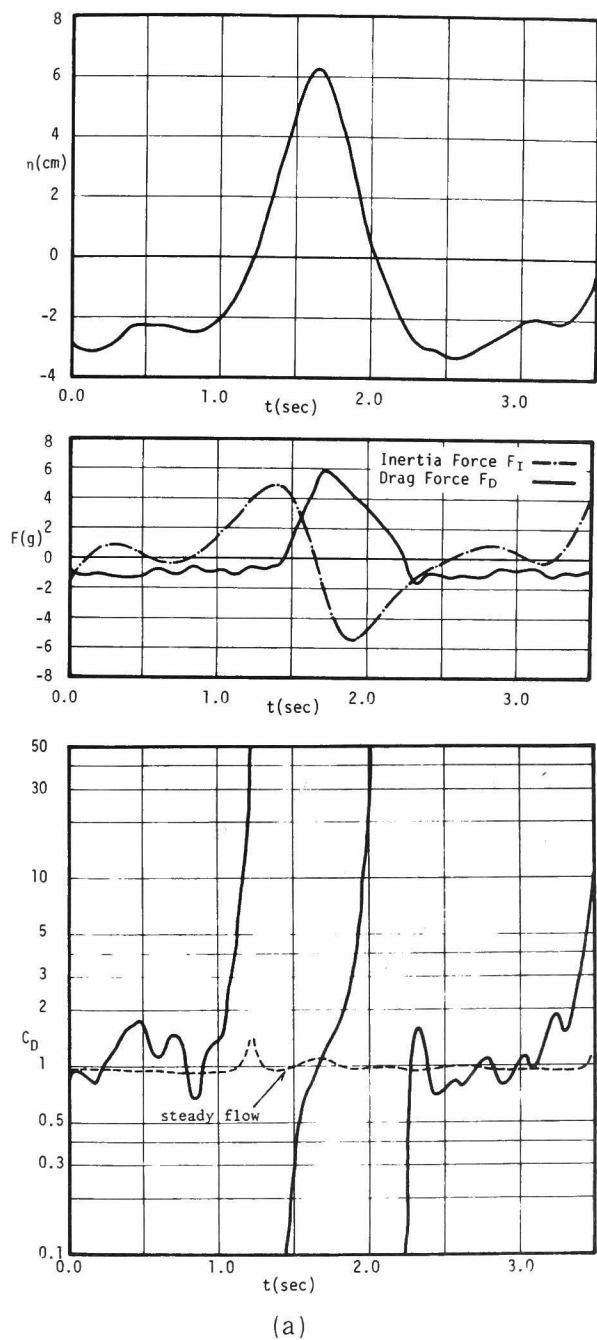
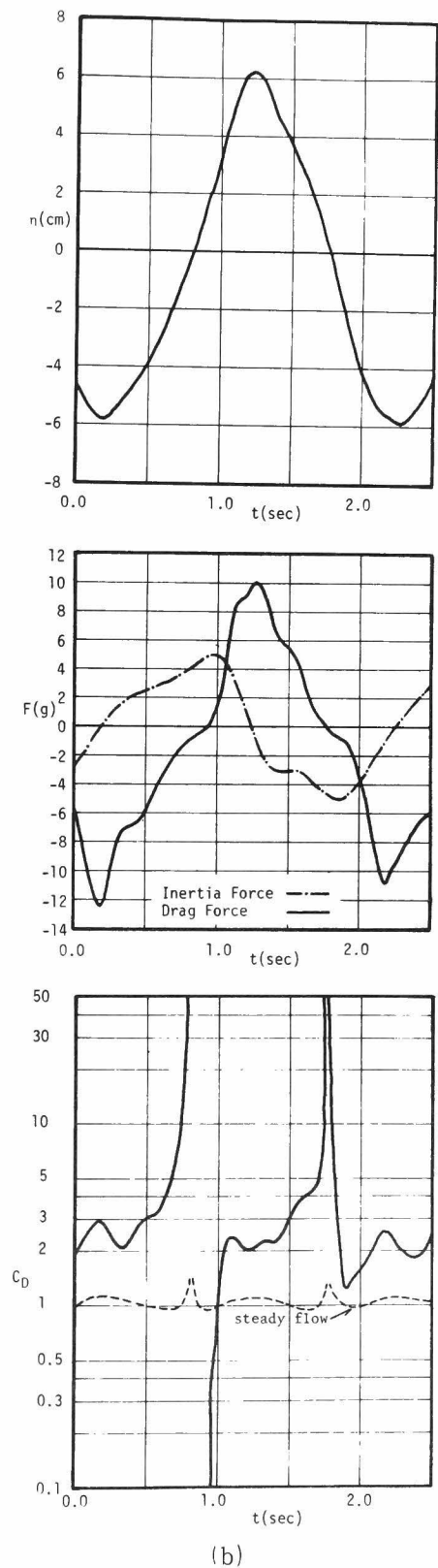


図-1・5・4 水面変動  $\eta$ , 慣性力  $F_I$ , 抗力  $F_D$   
および抗力係数  $C_D$  の時間変化

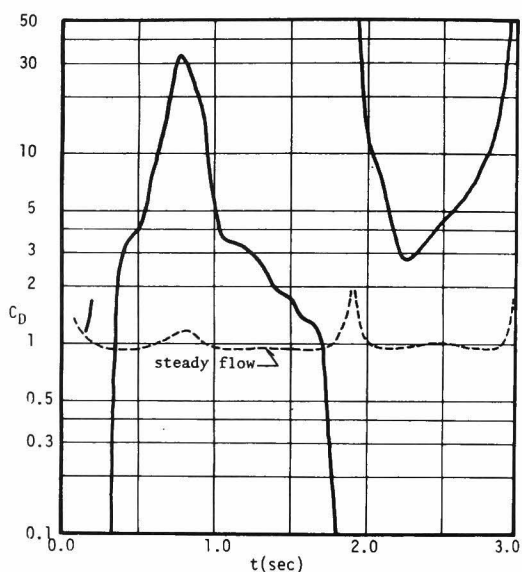
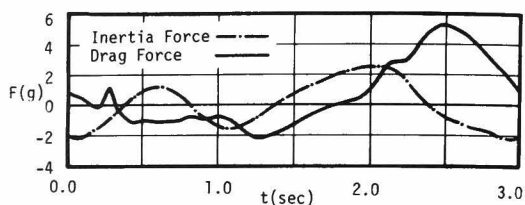
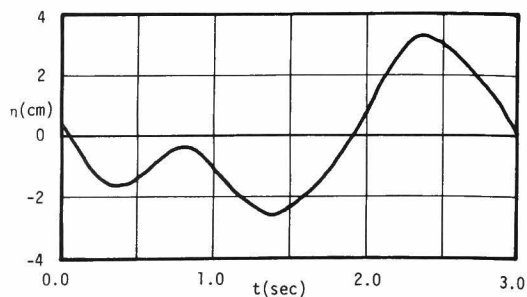


を示すが、抗力係数については、定常流の場合の抵抗係数との対応を検討するため、図-1・5・5を用い、波の水粒子速度  $u(t)$  を用いた Reynolds 数  $(u(t) \cdot D/\nu)$  に対応する抵抗係数の値を読み取り、その変化を図-1・5・4に破線で示す。

(a)は  $T = 2.3\text{sec}$ ,  $H = 9.5\text{cm}$ ,  $[K.C.]_m = 21.1$ ,  $Re_m = 6.9 \times 10^3$  の場合であるが、水面変動  $\eta$  の記録より、谷の位相  $t = 0\text{sec} \sim 1.2\text{sec}$  および  $2.1\text{sec} \sim 3.5\text{sec}$  では、流況は比較的定常流に近いと考えられる。事実、この間の抗力はほぼ一定値を示し、 $C_D$  の値は定常流の抵抗係数の値に近い。しかし、峰の位相  $t = 1.2\text{sec} \sim 2.1\text{sec}$  では、 $C_D$  は大きく変化し、定常流の場合との相違が明確である。すなわち、 $t = 1.8\text{sec} \sim 2.0\text{sec}$  付近では、流速は急激に小さくなるが、渦は減衰しにくいため、 $C_D$  は大きくなると考えられる。

(b)は、 $T = 2.0\text{sec}$   $H = 12.1\text{cm}$ ,  $[K.C.]_m = 18.6$ ,  $Re_m = 6.9 \times 10^3$  の場合であるが、 $C_D$  の値は定常流の場合より全般的に大きい。これは、定常流では、Reynolds 数が約70以上で、発生した渦が交互に流下するのに対し、波の場合においては、 $[K.C.]_m = 18.6$ ,  $Re_m = 6.9 \times 10^3$  では、後流渦は円柱からほとんど流下せず、円柱背面に大きな圧力低下を及ぼすことに原因があると考えられる。

(c)は  $T = 2.9\text{sec}$ ,  $H = 5.9\text{cm}$ ,  $[K.C.]_m = 16.0$ ,  $Re_m = 4.1 \times 10^3$  の場合であり、 $C_D$  の値は、峰の位相では、(b)と同様に定常流の場合よりも大きい。さらに、谷の位相の  $t = 0.4\text{sec} \sim 1.2\text{sec}$  付近のように、途中で小さな二次波峰が生じた場合には、 $C_D$  は極端に大きくなる。これは、水粒子速度が途中で一たん小さくなった場合にも渦は急激には減衰せず、し



(c)

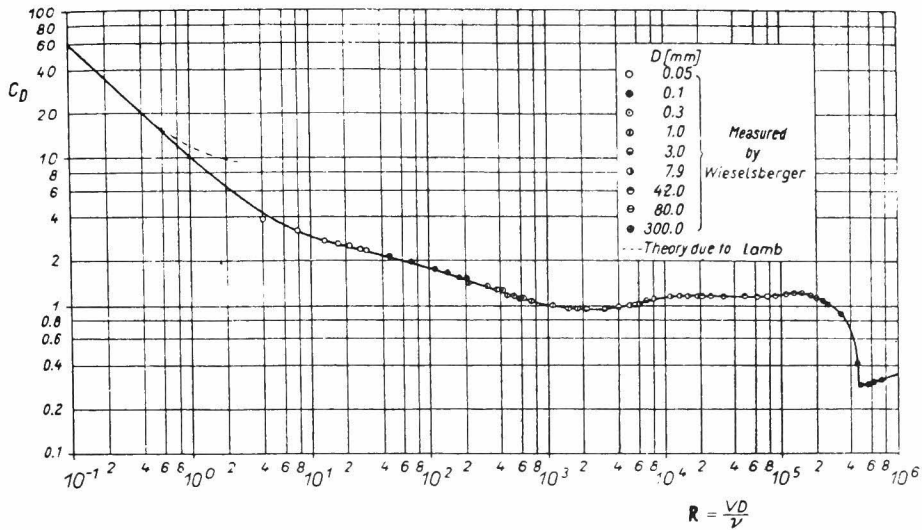


図-1・5・5 定常流の場合の Reynolds 数と抵抗係数との関係  
(Schlichting<sup>12)</sup>より)

たがって抗力はあまり変化しないが、水粒子速度が小さいために、 $C_D$ が大きくなるのであり、こういった点については、特に不規則波力の場合に注意する必要がある。

図-1・5・6には、 $\eta_{max}$ および $\eta_{min}$ の位相すなわち水粒子加速度 $\dot{u}=0$ の位相における $C_D$ の値を、 $[K.C.]_m$ をパラメーターとし、 $Re_m$ を横軸にとって示すが、用いた波の諸元を表-1・5・1に示す。図より、 $Re_m$ が $10^3$ のオーダーでは、 $C_D$ の値は全般的に定常流の場合より大きく、また $Re_m$ の増加に伴い、 $C_D$ は減少する傾向があり、さらに、同一 Reynolds 数では、K.C.数が小さいほど $C_D$ の値が小さくなることがわかる。こういった傾向は、Sarpkaya の $Re_m$ が $10^4$ のオーダーの振

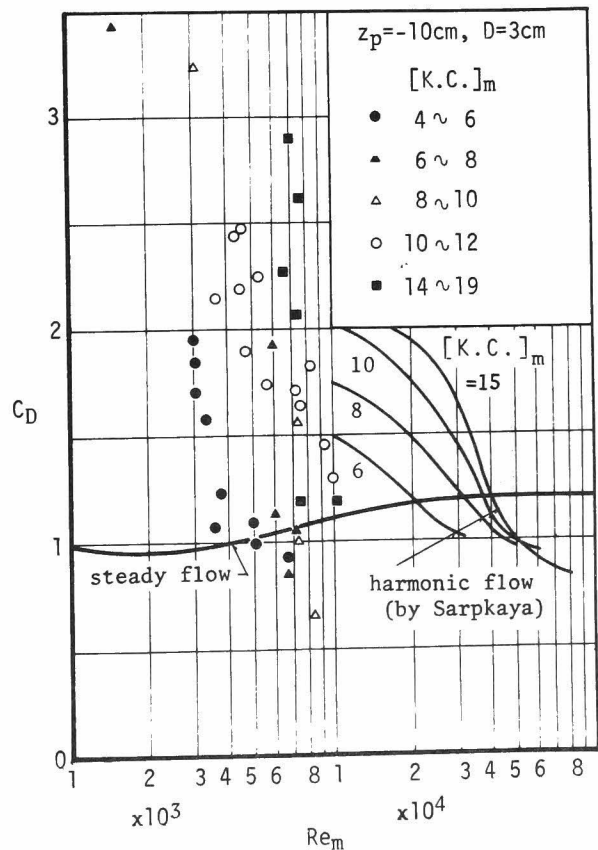


図-1・5・6 抗力係数 $C_D$ の Reynolds 数による変化

動流の実験結果に見られる傾向と一致しているといえるが、この原因および Sarpkaya の研究結果については、第 3 節で説明する。

表- 1・5・1 抗力に関する実験ケース

水深  $h = 45\text{cm}$       円柱直径  $D = 3\text{cm}$

実験ケース	周 期 $T(\text{sec})$	波 高 $H(\text{cm})$	$[K.C.]_m$	$Re_m \times 10^{-4}$	$C_D$
1	2.94	6.3	12.2	0.43	2.42
2	2.88	4.7	10.3	0.36	2.15
3	2.86	4.3	8.7	0.31	3.23
4	2.84	3.2	6.5	0.15	3.43
5	2.30	9.6	15.2	0.73	1.19
6	2.02	12.1	18.9	0.69	2.89
7	2.02	12.1	17.3	0.73	2.07
8	1.90	7.7	11.9	0.46	2.48
9	1.90	7.7	10.1	0.46	2.19
10	1.84	7.8	11.4	0.47	1.90
11	1.52	15.7	16.5	0.76	2.62
12	1.52	15.7	17.1	1.02	1.20
13	1.56	14.9	14.9	0.66	2.28
14	1.44	11.4	9.5	0.75	1.56
15	1.44	11.4	11.9	0.56	1.74
16	1.40	11.7	11.0	0.75	1.62
17	1.40	11.5	11.0	0.53	2.28
18	1.40	10.9	12.0	0.72	1.71
19	1.42	5.1	5.5	0.30	1.96
20	1.42	5.1	5.4	0.30	1.85
21	1.46	5.1	5.9	0.31	1.71
22	0.90	15.9	8.1	0.84	0.64
23	0.90	15.9	10.8	0.82	1.83
24	0.92	17.8	10.1	1.00	1.29
25	1.00	14.8	11.0	0.94	1.46
26	0.96	11.9	8.0	0.72	1.04
27	0.96	11.9	8.0	0.59	1.93
28	0.94	12.0	7.6	0.71	1.05
29	0.94	8.3	5.5	0.50	1.10
30	0.94	8.1	5.6	0.50	0.99
31	0.92	6.5	4.2	0.33	1.58
32	0.92	6.5	3.9	0.37	1.22
33	0.92	6.3	4.2	0.35	1.08
34	0.78	12.5	5.8	0.67	0.93
35	0.80	12.6	6.7	0.60	1.13
36	0.80	12.6	6.1	0.66	0.83

### 第3節 モリソン公式における慣性係数および抗力係数

#### (1) 実験装置および方法

実験は、京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された幅50cm、高さ70cm、長さ27mの実験水槽を使用した。水槽の一端には不規則波発生装置が設置されており、これを用いることにより、規則波あるいは不規則波を発生させることができる。使用した円柱の直径 $D$ は6.0cmおよび3.2cmの2種類であるが、波力の測定装置は、本章第2節に示したものと全く同様である。円柱および波高計の設置位置は、造波板の前方6mの地点としたが、波力の測定点における進行波の水粒子速度を測定するために、さらに超音波流速計を設置した。この超音波流速計については第2編第2章で述べる。

実験条件として、水深 $h$ は第2節と同様45cmとしたが、波力の測定点 $z_p$ は、静水面下

表-1・5・2 実験条件および波の諸元

水深  $h = 45 \text{ cm}$

円柱直径 $D \text{ (cm)}$	周 期 $T \text{ (sec)}$	測定点 $z_p = -20 \text{ cm}$	測定点 $z_p = -15 \text{ cm}$	測定点 $z_p = -10 \text{ cm}$
		波高 $H \text{ (cm)}$	波高 $H \text{ (cm)}$	波高 $H \text{ (cm)}$
6.0	3.0	8.9 ~ 4.4	9.2 ~ 5.2	10.5 ~ 6.4
	2.4	16.1 ~ 5.3	10.8 ~ 7.7	14.6 ~ 5.4
	2.0	16.1 ~ 4.5	15.6 ~ 2.1	16.2 ~ 3.1
	1.6	17.4 ~ 8.9	14.3 ~ 8.2	15.3 ~ 7.4
	1.4	15.8 ~ 7.3	15.9 ~ 9.5	16.9 ~ 7.8
	1.2	15.0 ~ 3.2	16.3 ~ 4.1	17.6 ~ 3.2
	1.0	15.9 ~ 3.4	15.5 ~ 3.7	15.7 ~ 3.6
	0.9	11.1 ~ 8.8	13.1 ~ 7.6	14.8 ~ 3.9
	0.6	7.7 ~ 2.8	8.6 ~ 3.7	8.4 ~ 4.6
	0.5	4.6 ~ 3.7	5.5 ~ 3.6	5.1 ~ 3.9
3.2	3.0	6.8	8.8 ~ 6.5	6.8
	2.4	13.6 ~ 8.5	10.0 ~ 7.7	8.8
	2.0	13.9 ~ 5.1	15.2 ~ 6.6	10.9 ~ 7.8
	1.6	12.8 ~ 6.5	14.7 ~ 7.8	13.5 ~ 10.9
	1.4	12.2 ~ 5.8	15.7 ~ 11.9	15.4 ~ 12.5
	1.2	15.4 ~ 5.2	17.4 ~ 10.0	15.6 ~ 12.5
	1.0	10.6 ~ 6.3	12.4 ~ 11.6	16.5 ~ 12.3
	0.9	12.3 ~ 6.5	12.6	12.8 ~ 9.8
	0.6	8.1 ~ 4.9	7.5 ~ 6.1	7.1 ~ 5.1
	0.5	4.0 ~ 3.2	5.5 ~ 3.5	4.5 ~ 3.5



10 cm, 15cm, 20cmの3種類とした。実験記録はすべてペン書きレコーダーを用いて記録するとともに、データーレコーダーに収録し、A.D.変換器を用いて0.02sec間隔でデジタル化した。実験に使用した波の諸元は表-1・5・2に示す。

## (2) 解析方法

単位長当りの波力 $F$ を算定するためのモリソン公式は、通常

$$F(t) = C_D \cdot \frac{\rho}{2} D u(t) |u(t)| + C_M \cdot \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}(t) \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 3)$$

で与えられる。ここに、 $\rho$ は水の密度、 $D$ は円柱の直径、 $u$ および $\dot{u}$ は波の水粒子速度および加速度であり、 $C_D$ は抗力係数、 $C_M$ は慣性係数である。本節では、測定した波力 $F$ を用いて、式(1・5・3)の $C_D$ および $C_M$ を求めるが、水粒子速度 $u$ は実測した値を用い、また加速度 $\dot{u}$ は実測した $u$ から算出した値を用いることとし、さらに、 $C_D$ および $C_M$ の値は、それぞれ、 $\dot{u}$ および $u$ が0となる特定の位相における値を算出することとした。すなわち、両係数は、

$$\dot{u} = 0 \text{ において, } C_D = F / \left( \frac{1}{2} \rho D l u |u| \right) \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 4)$$

$$u = 0 \text{ において, } C_M = F / \left( \rho \frac{\pi D^2}{4} l \dot{u} \right) \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 5)$$

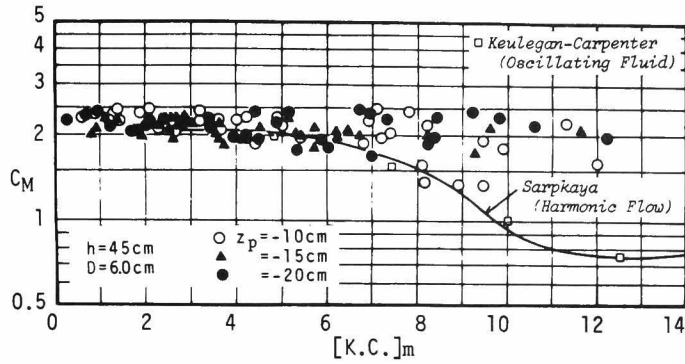
から算出できる。

## (3) 実験結果および考察

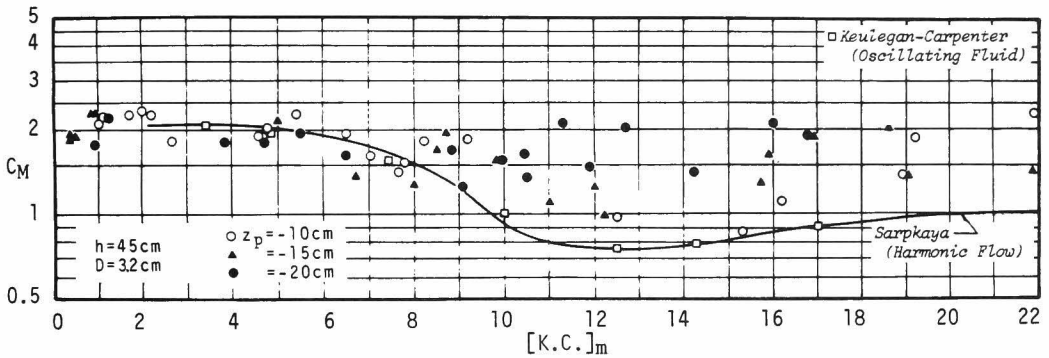
### A 慣性係数

図-1・5・7(a)および(b)に、慣性係数 $C_M$ の $[K.C.]_m$ による変化を示す。(a)は $D=6$  cmの場合、(b)は $D=3.2$  cmの場合であり、波力の測定点 $z_p$ は図中の記号により示す。さらに、これらの結果と比較するために、重複波によるKeuleganとCarpenter<sup>3)</sup>の結果を□で、振動流によるSarpkaya<sup>4)</sup>の結果を実線で示すが、以下に、KeuleganらおよびSarpkayaの実験方法および解析方法の概要を述べることにする。

Keuleganら<sup>3)</sup>は、水深 $h=70$ cmの条件下で、周期 $T=2.08$  secの重複波を発生させ、静水面下25cmの重複波の節の位置に設置した水平円柱に働く波力を測定した。使用した円柱の直径は、1.27cmから7.62cmの範囲の8種類であり、実験ケースは合計93ケースである。



(a)  $D = 6 \text{ cm}$



(b)  $D = 3.2 \text{ cm}$

図-1・5・7  $[K.C.]_m$  による慣性係数  $C_M$  の変化

この時の K. C. 数および Reynolds 数の範囲は、 $[K.C.]_m = 2.7 \sim 119.9$ ,  $Re_m = 4.2 \times 10^3 \sim 2.93 \times 10^4$  である。

$C_D$  および  $C_M$  の算定には、フーリエ級数展開を利用することにより波力  $F$  を慣性力と抗力に分離する方法を用いている。すなわち、水の密度  $\rho$ 、最大水粒子速度  $U_m$  および円柱の直径  $D$  を用いて、測定波力  $F$  を、 $F/\rho U_m^2 D$  の形に無次元表示し、流れの対称性を利用して、これを

$$F/\rho U_m^2 D = A_1 \sin \sigma + A_3 \sin 3\sigma + A_5 \sin 5\sigma + \dots + B_1 \cos \sigma + B_3 \cos 3\sigma + B_5 \cos 5\sigma + \dots, \quad (1 \cdot 5 \cdot 6)$$

のようにフーリエ級数に展開する。ここに、 $\sigma = 2\pi t/T = \sigma t$  であり、フーリエ係数  $A_n$  および  $B_n$  は、

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{F \sin n\theta}{\rho U_m^2 D} d\theta \\ B_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{F \cos n\theta}{\rho U_m^2 D} d\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 7)$$

から算定することができる。ただし  $n = 1, 3, 5, 7, 9, \dots$  である。ところで、式(1・5・3)に示したモリソン公式は、円柱設置位置における水平方向水粒子速度として、 $u = -U_m \cos \sigma$  を使用し、 $F$  を  $\rho U_m^2 D$  で割って無次元化すれば、

$$F / \rho U_m^2 D = \frac{\pi}{4} C_M \frac{D \sigma}{U_m} \sin \theta - \frac{C_D}{2} |\cos \theta| \cos \theta \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 8)$$

のようになる。したがって、式(1・5・6)と式(1・5・8)を比較すれば、 $C_D$  および  $C_M$  が求まることになるが、式(1・5・8)は、 $|\cos \theta| \cos \theta$  の項を含むため、式(1・5・6)の余弦の部分、 $|\cos \theta| \cos \theta$  の項を含む形に変形する必要がある。すなわち、式(1・5・6)の右辺に、 $B'_1 |\cos \theta| \cos \theta$  を加えた後、さらに  $B'_1 |\cos \theta| \cos \theta$  をフーリエ級数に展開したものを差し引く。この場合、 $|\cos \theta| \cos \theta = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\theta$  の各係数は、

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= a_2 = a_4 = \dots\dots = 0 && (\text{偶数項}) \\ a_1 &= 8/3\pi, \quad a_3 = 8/15\pi, \quad a_5 = -8/105\pi && (\text{奇数項}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 9)$$

と求まるので、結局式(1・5・6)は、

$$\begin{aligned} F / \rho U_m^2 D &= A_1 \sin \theta + A_3 \sin 3\theta + A_5 \sin 5\theta + \dots\dots\dots \\ &+ B'_1 |\cos \theta| \cos \theta + B'_3 \cos 3\theta + B'_5 \cos 5\theta + \dots\dots, \dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 10) \end{aligned}$$

のように表わすことができる。ここに、

$$B'_1 = B_1 / a_1, \quad B'_3 = B_3 - (a_3 / a_1) / B_1, \quad B'_5 = B_5 - (a_5 / a_1) B_1, \dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 11)$$

となる。したがって、式(1・5・8)と式(1・5・10)を比較すれば、 $C_M$  および  $C_D$  は、

$$C_M = \frac{2}{\pi^2} \frac{U_m T}{D} [A_1 + A_3 + A_5 + 2(A_3 + A_5) \cos 2\theta + 2A_5 \cos 4\theta + \dots\dots], \dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 12)$$

$$C_D = -2B'_1 + \frac{2}{|\cos\theta|} [2(B'_3 - B'_5) + 4(B'_5 - B'_3)\cos 2\theta - 4B'_5\cos 4\theta + \dots], \dots (1.5.13)$$

と表わすことができる。

Keulegan らは、各実験ケースごとに、 $A_1$ ,  $A_3$ ,  $A_5$  および  $B'_1$ ,  $B'_3$ ,  $B'_5$  を求めたが、 $C_M$  および  $C_D$  の値は、式 (1.5.12) および (1.5.13) の第1項のみを用いて算出している。すなわち、

$$C_M = \frac{2}{\pi^2} \frac{U_m T}{D} A_1 = \frac{2}{\pi^3} \frac{U_m T}{D} \int_0^{2\pi} \frac{F_m \sin \theta}{\rho U_m^2 D} d\theta \dots\dots\dots (1.5.14)$$

$$C_D = -2B'_1 = -\frac{3}{4} \int_0^{2\pi} \frac{F \cos \theta}{\rho U_m^2 D} d\theta \dots\dots\dots (1.5.15)$$

から求めたが、この場合、 $U_m$  の値は微小振幅波理論から算出したものを用いている。

Sarpkaya<sup>4)</sup> は、U字形の管路からなる振動流装置を用い、この管路の水平部の中央の位置に円柱を設置し、これに作用する流体力を測定した。管路水平部の断面は、一辺が91.44 cmの正方形であり、長さは9.144 mである。使用した円柱の直径は、16.45 cm から 5.06 cm の範囲の7種類であり、振動流の周期は、5.14 sec および 3.23 sec の2種類である。実験ケースは、合計500ケース余りの膨大なものであり、 $Re_m$  の範囲は  $4.8 \times 10^3$  から  $7.38 \times 10^5$ 、 $[K.C.]_m$  の範囲は 2.5 から 194.8 である。 $C_M$  および  $C_D$  の算定方法は、Kenlegan らと全く同様であり、式 (1.5.14) および式 (1.5.15) から求めたが、 $u$  および  $\dot{u}$  は、U字型管路の鉛直部の水量の変化を差圧計を用いて測定することにより算出している。

以上述べた Keulegan らおよび Sarpkaya の実験結果から、著者らの実験データの  $Re_m$  に最も近いものを選び、三者を比較したが、これらの  $Re_m$  の値は、著者らの場合、 $3 \times 10^3$  から  $1.8 \times 10^4$ 、Keulegan らは  $10^4$ 、Sarpkaya は  $2 \times 10^4$  である。

図より、Sarpkaya と Keulegan らの結果は、 $[K.C.]_m$  の値によらず、良く一致することがわかるが、このことは、両者の流体の場はいずれも振動流であり、さらに、 $C_M$  の算定方法が同一であることから、容易に首肯できる結果である。次に、 $[K.C.]_m$  が約6程度までは、著者らの波の場合の  $C_M$  と振動流の場合の  $C_M$  は、ともにポテンシャル理論による値 ( $C_M \doteq 2$ ) に近く、後流渦による慣性力の減少が著しくないことがわかる。さらに  $[K.C.]_m$  が約6以上の範囲では、K.C.数の増加に伴い振動流の  $C_M$  は大きく減少し、特に  $[K.C.]_m$  が12から13で、この傾向が著しい。これは、すでに第4章第3節で述べたように、極

めて非対称な渦対が発生し、その残留効果が大きく、したがって円柱背面での圧力低下が著しいためである。一方、波による著者らの  $C_M$  は、振動流による  $C_M$  とポテンシャル理論による値との間に散乱する。この散乱の原因には、Reynolds 数が一定でないこと、および  $u = 0$  という特定の位相における  $C_M$  の値を求めたために、渦の位置のわずかな相違により  $C_M$  の値が変化すること、などが考えられるが、全般的には、測定点が水面に近い場合には振動流の  $C_M$  に近い小さな値となり、深くなると  $C_M = 2$  に近づく傾向が見られる。このことは、K. C. 数と Reynolds 数が同じであっても、水面に近い方が渦の影響が強く、さらに波動の場合よりも振動流の場合の方が、やはり渦の影響が強いことを示しているといえるが、その妥当性あるいは原因などについては今後さらに検討する必要がある。特に、水面に近い場合には、一般に鉛直方向水粒子速度の混入の程度が大きく、これが渦の挙動に与える影響を検討する必要がある。また、ここに示した振動流の  $C_M$  と波の  $C_M$  とでは、その算定方法が異なることにも注意する必要がある、これについては、図-1・5・8において、Keulegan らのデータをもとにした若干の検討を付け加えることにする。

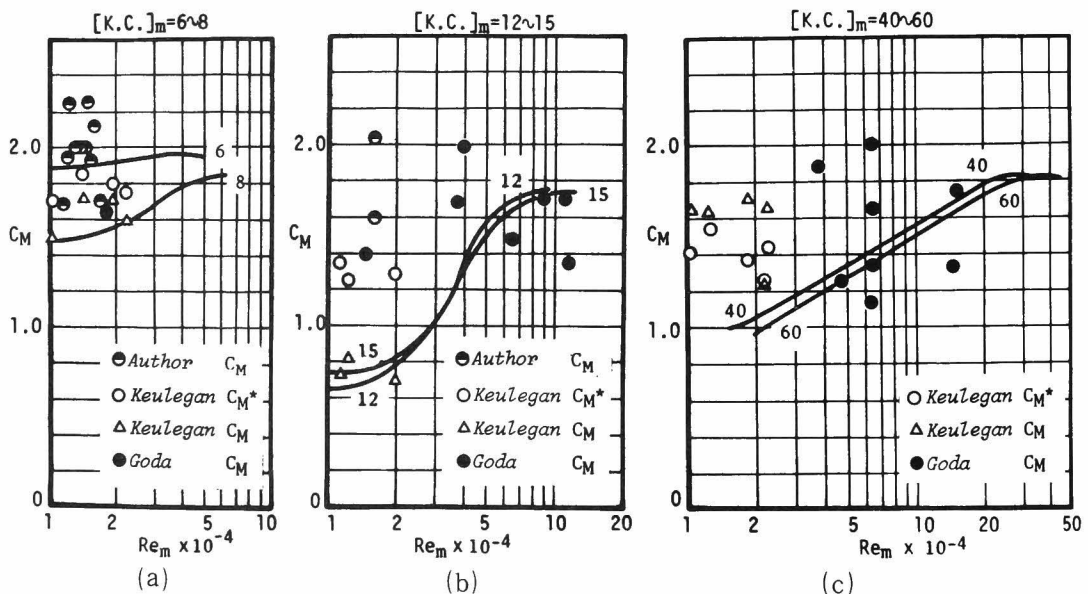


図-1・5・8 Reynolds 数による慣性係数  $C_M$  の変化

図-1・5・8(a), (b)および(c)には、 $[K.C.]_m$  の範囲が、それぞれ6から8、12から15および40から60の場合の、 $Re_m$  による  $C_M$  の変化を示す。図中●は、著者らの結果であり、図-1・5・7に用いたデータと同じものである。実線は、振動流による Sarpkaya の結果であるが、Keulegan らの結果については、 $C_M$  の算定に際し、式(1・5・12)の  $A_1$  の

みを用いたもの、すなわち式(1・5・14)を用いたものを△で示し、さらに、式(1・5・12)の $A_1$ 、 $A_3$ および $A_5$ までを用いて $u=0$ の位相での値に修正したものを○で示す。●は、波を用いた合田<sup>10)</sup>の結果であるが、以下に合田の実験方法および解析方法の概略を述べる。

合田<sup>10)</sup>は、長さ105m、幅3m、深さ2.5mの造波水槽を用い、鉛直円柱に働く全波力を測定したが、波力の測定には円柱上部に取り付けたモーメント計を用い、この点に作用する全モーメント $M$ を測定する方法を用いた。使用した円柱の直径は7.62cmおよび13.98cmであり、実験時の水深は1mおよび2mである。波の周期は1.5secから7.9secの範囲にあり、波高は約10cmから80cmの範囲内の碎波しないものを用い、合計54ケースの実験を行った。波力係数は、 $\dot{u}$ がゼロとなる峰の位相の $C_D$ および $u$ がゼロとなる位相すなわち水面が静水面を切る位相の $C_M$ をそれぞれ求めたが、これらは次式

$$C_D = M / \frac{1}{2} \rho D \int_{\zeta_c}^{\zeta_b} u(\zeta)^2 \zeta d\zeta \quad \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 16)$$

$$C_M = M / \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \int_{\zeta_s}^{\zeta_b} \dot{u}(\zeta) \zeta d\zeta \quad \dots\dots\dots (1 \cdot 5 \cdot 17)$$

から算出することができる。ここに、 $\zeta$ はモーメント計の位置を原点とした鉛直下向の軸であり、 $\zeta_b$ 、 $\zeta_c$ および $\zeta_s$ は、それぞれ水底、波峰および静水面の位置を示す。また、 $u(\zeta)$ および $\dot{u}(\zeta)$ は水平方向水粒子速度および加速度を $\zeta$ の関数として表したものであるが、合田はこれらの値として、微小振幅波理論から算出したものを用い、さらに、 $C_D$ の算定に際しては、 $u(\zeta)$ としてプロペラ流速計による実測値を使用した場合の値を、合せて求めている。これらの結果のうち、ここでは、 $C_D$ は、実測の $u(\zeta)$ を用いて求めたものを、 $C_M$ は、微小振幅波理論による $\dot{u}(\zeta)$ を用いて求めたものを採用するが、このような円柱全長にかかる波力を取り扱う場合には、水平方向水粒子速度が鉛直方向に変化するため、Reynolds数およびK.C.数の評価に新たな問題が生じる。合田は、静水面の位置における水平方向水粒子速度の最大実測値 $V_m^*$ を用いて $Re_m = V_m^* D / \nu$ によりReynolds数を評価しており、したがって、ここでは、Reynolds数の値は合田の求めたものをそのまま使用し、さらにK.C.数は、 $[K.C.]_m = V_m^* T / D$ により算定することとする。

(a)の場合、実線で示した Sarpkaya の結果を見ると、 $[K.C.]_m = 6$ では、 $C_M$ の値は2より若干小さく、また $Re_m$ の減少につれて、わずかに減少する程度であるが、 $[K.C.]_m = 8$ では、 $Re_m$ の減少に伴う $C_M$ の減少は顕著になる。すなわち $[K.C.]_m = 8$ 程度になると、

渦による慣性力の減少が顕著になり、この効果は、Reynolds 数が小さいほど強くなることを示している。

Kenleger らのデータは、 $u = 0$  の位相に修正した  $C_M^*$  の方が、 $A_1$  のみを用いた  $C_M$  よりもやや大きくなるが、両者の差は 0.2 程度であり、いずれも図-1・5・7の場合と同様、Sarpkaya の結果と良く合っているといえる。

著者らの波の場合の  $C_M$  の値は、2 の上下にある程度散乱し、振動流の場合にはほぼ等しいか、あるいはそれよりも若干大きくなる程度である。この傾向は、図-1・5・7の  $[K.C.]_m = 6 \sim 8$  の  $C_M$  の値からもうかがえることである。

(b)の  $[K.C.]_m$  が12から15の場合には、 $Re_m$  が  $10^4$  から  $2 \times 10^4$  付近では、極めて非対称な渦対が発生するが、Sarpkaya による  $C_M$  は、0.7 から 0.8 程度の極めて小さな値になり、Keulegan らによる  $C_M$  の値と良く一致する。このことは、すでに図-1・5・7 で述べたとおりであるが、Keulegan らの結果を修正した  $C_M^*$  は、 $A_1$  のみによる  $C_M$  の値よりも 0.6 程度大きくなり、波による合田や著者らの値に近づくことがわかる。換言すれば、 $[K.C.]_m = 12 \sim 15$  で  $Re_m = 10^4 \sim 2 \times 10^4$  の領域では、波動および振動流ともに、非対称渦対のために  $C_M$  が小さくなる傾向はあるが、 $C_M$  の算定方法の相違による差が極めて大きいことを示している。すなわち Sarpkaya や Keulegan らの算定方法では、波力の高周波数成分を無視することになるために、こういった領域では、 $C_M$  の値は一層小さく見積られることになるといえる。

また、Sarpkaya の結果では、 $Re_m$  が増加するにつれ、 $C_M$  の値は増加し、ポテンシャル理論による値に近づくことがわかる。これは、Reynolds 数が  $10^5$  程度にまで大きくなると、後流渦は円柱背面を離れて、より遠くまで流下し、したがって、円柱まわりの流況がポテンシャル流に近づくからであろうと考えられる。

(c)は、 $[K.C.]_m$  が40から60と大きく、したがって、発生する後流渦の数は多くなり、流況はカルマン渦列に近づくと考えられるが、Sarpkaya の結果では、(b)と同様に、 $Re_m$  の増加に伴う  $C_M$  の増加が見られる。ただし、(b)と(c)とでは、発生し流下する渦の個数が異なるために、 $Re_m$  と  $C_M$  の関係を示す曲線の形状に相違が生じることになる。

Keulegan らのデータでは、(a)および(b)とは逆に、 $C_M^*$  の方が  $C_M$  より 0.2 ～ 0.4 程度小さくなり、Sarpkaya の結果に近づくが、いずれにしても Sarpkaya の  $C_M$  より大きく、また、合田の  $C_M$  は、Sarpkaya の曲線の上下に大きく散乱するといったことがわかる。合田の  $C_M$  が、(b)および(c)において散乱する原因には、特定の位相における  $C_M$  の値であるこ

と、および各データーごとに  $kh$  が異なることが考えられるが、さらに Reynolds 数および K. C. 数を算定する場合の水粒子速度として、水平方向水粒子速度が鉛直方向に分布するにもかかわらず、静水面上の水粒子速度を用いていることにも注意する必要がある。

## B 抗力係数

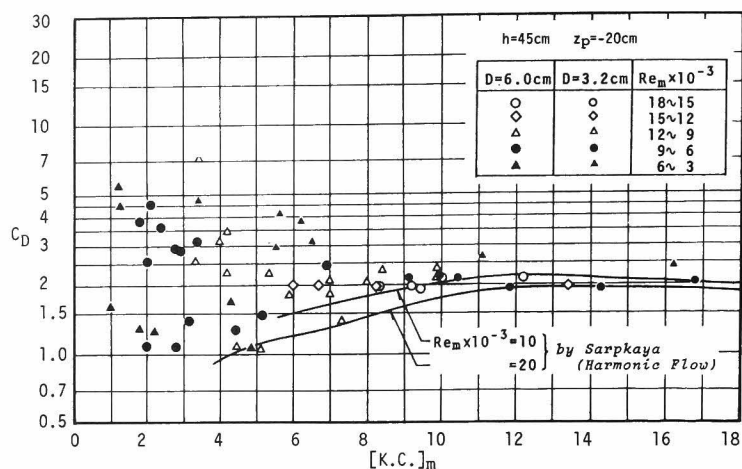
図-1・5・9(a), (b)および(c)に,  $[K. C.]_m$  による抗力係数  $C_D$  の変化を示す。(a)は測定点  $z_p$  が-20cm, (b)は-15cm, (c)は-10cmの場合であり,  $Re_m$  の範囲および, 円柱の直径  $D$  の値は, 図中の記号により示す。さらに, 波の場合のこれらの結果と比較するために, 振動流による Sarpkaya の結果を実線で示す。 $Re_m$  の値は, 著者らのデーターでは, 慣性係数の場合と同様,  $3 \times 10^3$  から  $1.8 \times 10^4$  の範囲内にあり, Sarpkaya の場合は,  $10^4$  および  $2 \times 10^4$  である。

測定点が比較的深い(a)および(b)の場合,  $[K. C.]_m$  が比較的大きい 9 から 22 の範囲内では, 著者らの波の場合の  $C_D$  は, 約 1.9 から 2.7 の範囲内にあり, Sarpkaya による振動流の場合と比較的良く一致する。これは K. C. 数が大きくなるにつれて, 波動の場合は鉛直方向水粒子速度の混入の度合および波の回折効果が小さくなり, 振動流の場に近い状態になるためである。

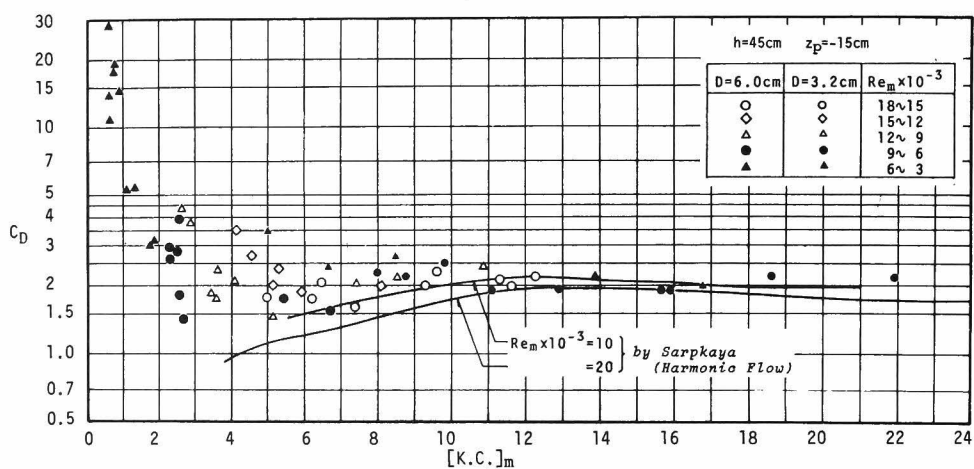
しかしながら, 測定点が水面に近い(c)の場合には, 波による  $C_D$  の方が, 振動流による  $C_D$  よりも若干大きくなる。これは, 著者らの  $C_D$  の方が概して振動流の  $C_D$  よりも Reynolds 数が小さく, したがって, 水面に近い場合には, Reynolds 数の減少に伴う  $C_D$  の増加が顕著になることを示しているといえるが, この原因については, 自由水面を持つ波動の場合の渦と, そうでない振動流中の渦との相違といった観点から, 今後さらに実験的な検討を加える必要がある。また  $Re_m = 3 \times 10^3$  の波の  $C_D$  は,  $[K. C.]_m$  が 14 から 15 付近で, 3.5 前後の大きな値となり, 第 4 章第 3 節で述べたように, 極めて非対称な渦対による抗力の増加を知ることができる。

一方,  $[K. C.]_m$  が 8 以下の領域では, (a), (b)および(c)において, 著者らの  $C_D$  の値は, 著しく散乱するが, (a)の一部のデーター以外は, Sarpkaya の値よりも大きく, さらに(b)および(c)では,  $[K. C.]_m$  の減少に伴い, 急激に  $C_D$  が増加することがわかる。 $C_D$  の値が散乱する原因としては, 前節の結果からもわかるように,  $C_D$  は波の位相とともに変化し, K. C. 数が小さい場合には, 剥離点の位相変化が急激であり, したがって,  $\dot{u} = 0$  という特定の位相の  $C_D$  を求める方法では, わずかな位相の違いにより, 大きく値が変化することが考え

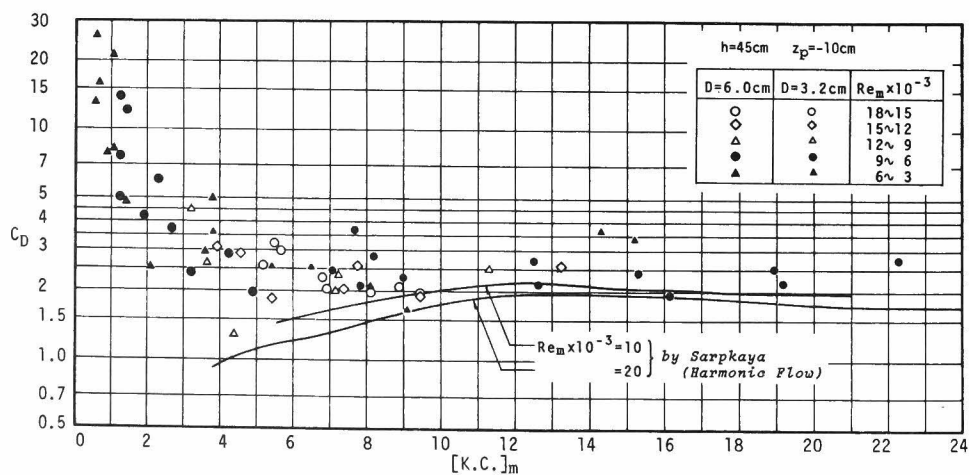




(a)  $z_p = -20\text{ cm}$



(b)  $z_p = -15\text{ cm}$



(c)  $z_p = -10\text{ cm}$

図-1・5・9 K.C. 数による抗力係数  $C_D$  の変化

られる。さらにまた、 $Re_m$ と $[K.C.]_m$ が同じ場合でも、 $kh$ が異なると鉛直方向水粒子速度の混入の程度が異なること、あるいはまた、 $kR$ が異なると波の回折効果の混入の程度が異なることなども散乱の原因に挙げられるが、一般にK.C.数が小さくなると、発生する抗力そのものが小さくなるため、正確な抗力係数の算定が難しくなることは否定できない。

図-1・5・10(a), (b), (c)および(d)には、 $Re_m$ による $C_D$ の変化を示す。図中●は、著

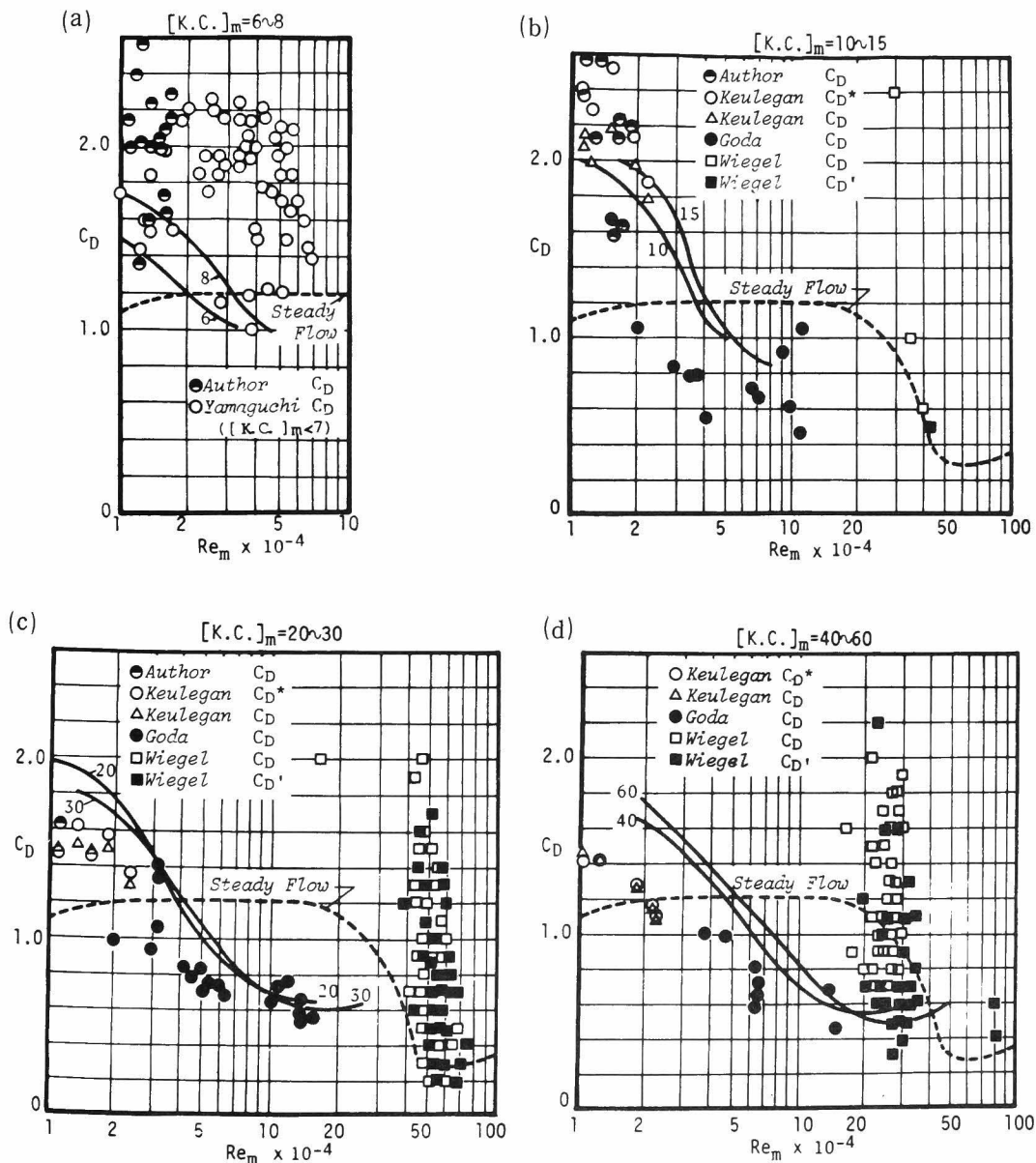


図-1・5・10  $Re_m$  による抗力係数  $C_D$  の変化

者らの結果であり、図-1・5・9に用いたデーターと同じものである。実線は Sarpkaya による振動流の結果であり、破線は定常流の結果である。

(a)は  $[K.C.]_m$  が6から8の場合であり、対称な渦対あるいはわずかに非対称な渦対が生じる領域である。参考のために、 $[K.C.]_m$  が7以下の土屋・山口<sup>6)</sup>の結果を○で示す。

土屋ら<sup>6)</sup>の研究は、進行波中に設置した水平円柱に働く波力の測定結果であるが、円柱の直径は7cmおよび14cmであり、水深は55.6cmから27.8cmの範囲に選び、円柱の設置位置は、水深に応じて、静水面下30.6cmから7.8cmの範囲で変化させている。使用した波の周期は、1.5secから3.0secで、波高は47.4cmから4.4cmの範囲内のものである。波力係数の算定は、 $u$  および  $\dot{u}$  がゼロとなる特定の位相の  $C_M$  および  $C_D$  を求める方法を用いたが、ここに示した波力係数は、波速の第2定義を用いた Stokes 波の第4近似解による  $u$  および  $\dot{u}$  を適用した場合の結果である。

図よりわかるように、著者らおよび土屋らの  $C_D$  は、散乱の程度が著しく、また全般的に、Sarpkaya の  $C_D$  よりも大きい。平均的には、Reynolds 数の増加に伴う  $C_D$  の減少が見られるといえる。著者らの  $C_D$  の値が散乱する理由については、すでに図-1・5・9において考察したとおりであり、土屋らの結果については、K.C. 数の値を一定にそろえたうえで議論しなければならない。また、Reynolds 数の増加に伴い、 $C_D$  が減少する傾向は、すでに図-1・5・6からも見うけられたが、この傾向は、以下に示す(b)、(c)および(d)において一層明確に表われており、これについては(b)で述べることにする。

(b)、(c)および(d)では、図-1・5・7と同様、式(1・5・13)の  $B'_1$  のみを用いた Keulegan らの結果を△で示し、さらに、式(1・5・13)の  $B'_1$ 、 $B'_3$  および  $B'_5$  までを用いて  $\dot{u} = 0$  の位相の値に修正したものを○で示す。また波による合田の結果は●で示すが、さらに Reynolds 数が  $10^5$  のオーダーのものとして、現地波浪による Wiegel ら<sup>11)</sup>の結果を示す。

Wiegel ら<sup>11)</sup>は、Davenport 付近の現地海岸において、鉛直円柱に働く局所波力を測定したが、この時の平均水深は、約15.2mから13.7mの範囲内にあり、波の条件は、波高が約6.1m以下で周期は約10secから20secの範囲のものであった。円柱の直径は、16.83cm、32.39cm および 60.96cm の3種類であり、波力測定部のセグメントの長さは30.48cmで、その設置位置は、平均水面下約2.1mから4.6mの範囲内に選んでいる。波力係数の算定に際し、 $u$  および  $\dot{u}$  には、微小振幅波理論を適用し、これらがそれぞれ0となる位相の  $C_M$  および  $C_D$  を求めているが、この方法による  $C_D$  については、図中に□で示し、さらに、合田の方法を用いて有限振幅波の水粒子速度に補正した場合の  $C_D$  を■で示すことにする。

(b)は、 $[K.C.]_m$  が10から15の場合であり、極めて非対称な渦対が発生する領域である。Sarpkaya の結果より、 $C_D$  は  $Re_m$  の増加に伴い急激に減少することがわかるが、これは、Reynolds 数が大きい方が、後流渦の流下が速かであり、したがって後流渦による円柱背面の圧力低下が小さくなるためである。△で示した Keulegan らの  $C_D$  は、Sarpkaya の結果と良く合っているが、○で示した  $\dot{u} = 0$  の位相に修正した  $C_D^*$  は、約0.1から0.4程度大きくなり、著者らの結果に近づくことがわかる。合田の  $C_D$  は、Sarpkayaの結果より若干小さいが、Reynolds 数の大きな領域では、 $C_D$  の値が小さくなるという傾向が顕著に現われている。これらのことから、波動および振動流ともに、 $[K.C.]_m = 10 \sim 15$  の範囲では、極めて非対称な渦対が発生し、そのため円柱背面の圧力低下が著しく、したがって  $C_D$  の値は一般に大きくなるが、Reynolds 数が大きくなるに伴い、発生した渦の流下が速かになり、そのため渦による円柱背面の圧力低下が少なくなり、 $C_D$  の値が小さくなる、といったことがわかる。

(c)は  $[K.C.]_m$  が20から30の場合であるが、著者ら、Keulegan らおよび合田の  $C_D$  は、Sarpkaya の結果と比較的良く一致しており、(b)の場合と同様、Reynolds 数の増加に伴う  $C_D$  の減少を知ることができる。ところで、現地観測による Wiegel らのデータでは、Reynolds 数の値は、 $5 \times 10^5$  付近に集中しているが、この領域は、定常流の場合には、乱流剥離が発生し、後流域は小さくなり、その結果、抵抗係数が急激に減少するといった特性を示すいわゆる超臨界領域である。Wiegel の結果では、□で示した  $C_D$  は著しく散乱し、また■で示す有限振幅波の水粒子速度に修正をした  $C_D'$  は、0.2から0.7の範囲に散乱する。この散乱の原因としては、現地波浪が必ずしも規則波でないこと、あるいは現地実験では測定誤差が入りやすいことなどを忘れることはできないが、さらに、臨界領域では、波の位相変化に伴い、流況が大きく変動することが考えられる。すなわち、波の位相変化に伴い Reynolds 数が変化し、そのため、半周期の間に流体の場は層流剥離から乱流剥離に移行し、したがって、後流渦の成長および流下の様相が複雑になり、特定の位相における  $C_D$  をとり出した場合には、その値は大きく散乱する結果になるといったことが考えられる。

(d)は  $[K.C.]_m$  が40から60と大きい場合である。Keulegan らおよび合田の  $C_D$  は、Sarpkaya の  $C_D$  よりも若干小さいが、Reynolds 数の増加に伴い、 $C_D$  が減少する傾向については、それらは良く合っているといえる。Wiegel らのデータは、定常流の場合には、層流剥離から乱流剥離に移行するいわゆる亜臨界領域に集中しており、 $C_D$  の値の散乱が著

しいが、有限振幅波の水粒子速度に修正した  $C_D'$  は、概して、Sarpkaya の結果に近い値をとるように思われる。

## 第 4 節 結 語

本章では、まず第 1 節において、従来の研究の動向を概観し、また、第 2 章で示した波動の場を支配する無次元諸量と、波力および波力係数との関係について若干の考察を行った。ついで第 2 節において、流体の粘性に起因する力はすべて抗力であるという観点に立ち、測定した波力と Mac Camy—Fuchs の回折理論に基づく慣性力との差を抗力とみなすことにより、一周期の間の抗力係数の変化を求め、定常流の場合の抵抗係数との相違を明らかにした。最後に第 3 節において、著者らの実験結果と従来の研究結果とを比較検討することにより、モリソン公式を用いた場合の慣性係数および抗力係数の値の変化特性について考察し、また、第 3 章および第 4 章で示した流体の場の変化特性と、波力係数の変化特性との関係について論じたが、本章で得られた結果を要約すると、次のようである。

1) 第 2 章第 2 節に示した境界層理論より、微小振幅波理論の範囲内では、波力を支配する無次元諸量は、 $z/h$ ,  $t/T$ ,  $kh$ ,  $kR$ ,  $Re_m$  および  $[K.C.]_m$  である。

2) 流体の粘性に起因する力をすべて抗力とみなすことにより、波の場合の抗力を算出した結果、抗力係数は一周期の間で、 $t/T$  により大きく変化することが明らかになった。この変化特性は、第 3 章および第 4 章の剥離および後流渦の実験結果からわかるように、一周期の間の渦の発生・成長・流下・残留・逆方向への流下あるいは消滅といった渦の位相変化特性に支配されるものであり、定常流の場合の、Reynolds 数による抵抗係数の変化特性と直接関係づけることは困難である。また、波の峰および谷の位相における抗力係数の値は、 $Re_m = 10^3 \sim 10^4$  で、 $[K.C.]_m = 4 \sim 19$  の範囲内では、概して定常流の抵抗係数よりも大きい。一般的な傾向として、 $Re_m$  が大きいほど小さく、さらに、同一 Reynolds 数では、 $[K.C.]_m$  が大きいほど大きくなることが明らかになった。

3) 第 4 章第 3 節の後流渦の実験結果より、K.C. 数は後流渦の形状を支配するパラメーターであり、また Reynolds 数は、後流渦のスケールあるいは流下の程度と密接な関係があると考えられるが、モリソン公式の慣性係数および抗力係数は、波動および振動流ともに、この後流渦の形状および挙動に大きく支配される。すなわち、慣性係数は、 $[K.C.]_m$  が 6 程度以下では、Reynolds 数にかかわらず、後流渦の影響が少なく、したがってポテンシ

ャル理論の値 ( $C_M \doteq 2.0$ ) に近いが、極めて非対称な渦対が発生する  $[K.C.]_m = 12 \sim 15$  では、この渦対による慣性係数の減少が大きく、特に、この傾向は Reynolds 数が小さくなるほど著しい。また、Reynolds 数が  $Re_m = 10^5$  程度の大きな領域では、慣性係数は  $[K.C.]_m$  の値にかかわらず、2 に近い値となる。これは、Reynolds 数が大きくなるほど、後流渦の流下の程度が速かになり、慣性力に与える後流渦の影響が小さくなるためと考えられる。

なお、波動の場合には、慣性係数に及ぼす波力の測定点  $z_p/h$  の影響が生じるが、著者らの実験の範囲内では、測定点が水面に近いほど、慣性係数が減少する傾向が見られた。

一方、波動の場合の抗力係数は、 $[K.C.]_m$  が 8 以下の領域では、散乱の程度が極めて著しく、その値を K.C. 数と Reynolds 数のみから定めることは困難である。すなわち、 $t/\tau$ ,  $kh$  および  $z/h$  を考慮した取扱いかが必要であると考えられるが、これについては、今後さらに検討しなければならない。また、 $[K.C.]_m = 9 \sim 22$ ,  $Re_m = 3 \times 10^3 \sim 1.8 \times 10^4$  の領域では、著者らの波動の場合の抗力係数の値は、測定点が深い場合には 1.9 から 2.7 となり、Sarpkaya による振動流の結果と比較的良く一致する。一方測定点が水面に近い場合には、抗力係数の値は、一般に振動流の場合よりも大きくなり、特に、極めて非対称な渦対が発生する  $[K.C.]_m = 12 \sim 15$  では、3.5 前後の大きな値となった。

また、波動および振動流ともに、抗力係数の値は Reynolds 数が増加するにつれて、減少することが明らかになったが、この原因は Reynolds 数の増加に伴う慣性係数の増加と同様、円柱背面に与える後流渦による圧力低下が Reynolds 数の増加に伴い小さくなるためと考えられる。

## 参考文献

- 1) Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaaf, S. A. : The force exerted by surface waves on piles, Petroleum Transactions, A. I. M. E., Vol. 189, Tech. Publications, No. 2846, pp. 149~154, 1950.
- 2) MacCamy, R. C., and Fuchs, R. A. : Wave forces on piles : Diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, B. E. B., pp. 1~17, 1954.
- 3) Keulegan, G. H., and Carpenter, L. H. : Forces on cylinder and plates in an oscillating fluid, Jour. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 60, No. 5, pp. 423~440, May, 1958.
- 4) Sarpkaya, T. : Vortex shedding and resistance in harmonic flow about smooth and rough circular cylinders at high Reynolds numbers, Naval Postgraduate School, Monterey, California, pp. 1~189, 1976.
- 5) Sarpkaya, T. : Forces on rough-walled circular cylinders in harmonic flow, Proc. 15th Conf. Coastal Eng., pp. 2301~2320, 1976.
- 6) 土屋義人・山口正隆 : 浅海構造物に作用する波力に関する研究, 防災研究協会, 1974.
- 7) 岩垣雄一・石田 啓・千田哲雄 : 円柱に作用する不規則波力について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 1~5, 1973.
- 8) Chakraberti, S. K. : Nonlinear wave forces on vertical cylinder. Proc. A. S. C. E., Vol. 98, No. HY11, pp. 1895~1909, 1972.
- 9) 山口正隆・土屋義人 : 大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響, 土木学会論文報告集, 第229号, pp. 41~53, 1974.
- 10) Goda, Y. : Wave forces on a vertical circular cylinder ; Experiments and a proposed method of wave force computation, Reported

of Port and Harbour Technical Research Institute, No.8, Ministry of Transportation, pp. 1 ~ 74, 1964.

- 11) Wiegel, R. L., Beebe, K. E., and Moon, J. : Ocean wave forces on circular cylinder piles, Proc. A. S. C. E., No. HY2, Vol. 83, pp. 1199-1 ~ 36, 1957.
- 12) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, 6th Edition, McGraw-Hill, pp. 17, 1968.





## 第2編 不規則波力に関する研究



## 第2編 不規則波力に関する研究

### 第1章 序 論

第1編では、波高および周期が一定である規則波を用いた場合の波力に関する基礎的研究を行ったが、現実の海に存在する波は、一般に不規則であり、したがって実際に構造物を設計する場合には、現地波浪のような不規則波による波力の算定が極めて重要である。

従来、不規則波の取り扱い方法には、大別すると、有義波のような統計的な代表値によって一群の波を表現する方法と、エネルギー・スペクトルによる方法の2種類があり、たとえば、風波の推定方法に、有義波の概念を用いる S. M. B 法と、ノイマンスペクトルを用いる P. N. J 法がある<sup>1)</sup>といった具合である。

ところで、不規則波による波力については、従来より、港湾構造物の設計を行う場合に不可欠の要素であるにもかかわらず、そのほとんどは有義波による波力を算定するにとどまり、構造物の合理的な設計、換言すれば安全性や動的な応答特性の検討といった面からは、ほど遠い状態であった。

しかし、1957年に Wiegel ら<sup>2)</sup>はパイルに作用する波力を現地で実測し、モリソン公式から抗力係数と慣性係数を逆算して、実際の海の波に対する両者の係数がかなり散乱することを報告している。その後、Borgman<sup>3)</sup>が、モリソン公式を用いて水面変動のスペクトルから波力のスペクトルを算出する方法を誘導するに至ったが、その妥当性を裏付ける実験データなどは提示されておらず、さらに現在に至るまで、系統的な不規則波力の実験結果はほとんど報告されていない。

一方、不規則波力の時間変化の算定については、1957年に、Reid<sup>4)</sup>が線型フィルターを用いて水面変動から水粒子速度および加速度を算出し、これをモリソン公式に使用方法を提示したが、この方法の最も重要な部分である不規則波の水粒子速度の算定方法の妥当性については、全く検討されておらず、したがって、不規則波の場合の抗力係数および慣性係数の特性についても、今なお不明確な点が多数残されている。

さらに、不規則波力を確率・統計的に取り扱ったものには Pierson と Holmes<sup>5)</sup>、あるいは Bretschneider<sup>6)</sup>などの研究がある。Pierson と Holmes は、モリソン公式を用いた場合の不規則波力の確率密度関数は、慣性係数と水粒子加速度の分散値の2乗との積およ

び抗力係数と水粒子速度の分散値との積という2つのパラメーターに支配されることを示し、これに基づいて、不規則波の抗力係数と慣性係数の算定方法を提示した。そして、この方法を現地実験で得た波力データに適用した結果、両者の係数の値は水深あるいは水面変動のスペクトル形とは密接に関係しない反面、波力の測定点により異なることなどを見出し、最後に、実験室における系統的な不規則波力の測定の必要性を強調している。また Bretschneider は、波高の確率分布がワイブル分布<sup>7)</sup>に従う場合の不規則波を対象とし、ゼロアップクロス法<sup>1)</sup>で定義した各波に対してモリソン公式を適用した場合には、各波ごとの抗力および慣性力の最大値の非超過確率は、レイリー分布の無次元形になることを示し、これに基づいた抗力係数と慣性係数の算定方法を提示したが、この方法で計算した慣性係数は、波高の増大に伴い、その値が増加するという欠点が生じ、したがって、その妥当性は今後の研究に待つ必要があると述べている。

不規則波力の研究がこういった状況にあることを考え、第2編では、不規則波力の正確な算定を可能にするために、以下に示す事柄について系統的な研究を行うこととする。

第2章では、実験水槽内で発生させた20種類の不規則波の水粒子速度を超音波流速計を用いて測定し、モリソン公式において不可欠の要素となる水粒子速度および加速度と水面変動との対応について、時間変化およびスペクトル形の両方の面から考察し、不規則波の水粒子速度の特性を解明する。

第3章では、実験水槽内で発生させた22種類の不規則波を用いて、小口径円柱に働く不規則波力を測定し、モリソン公式を用いた場合の波力の時間変化およびスペクトル形について考究するとともに、不規則波の場合の抗力係数および慣性係数の特性を明らかにする。

第4章では、慣性力に比べて抗力が無視できるような大口径円柱に働く不規則波力の算定方法を新たに提示し、さらに、第3章の実験データを用いることにより、その妥当性を検討する。

## 参考文献

- 1) たとえば堀川清司：海岸工学，東京大学出版会，pp. 48～56，1976.
- 2) Wiegel, R. L., Beebe, K. E., and Moon, J. : Ocean wave forces on circular cylindrical piles, Proc. A.S.C.E., Vol. 83, No. HY2, pp. 1199～1～36, 1957.
- 3) Borgman, L. E. : The spectral density for ocean wave forces, Proc. Special Conf. Coastal Eng., pp. 147～182, 1965.
- 4) Reid, R. O. : Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., pp. 749～786, 1957.
- 5) Pierson, W. J. and Holmes, P. : Irregular wave forces on a pile, Proc. A.S.C.E., Vol. 91, No. WW4, pp. 4528～1～10, 1965.
- 6) Bretschneider, C. L. : Probability distribution of wave force, Proc. A.S.C.E., Vol. 93, No. WW2, pp. 5217～5～26, 1967.
- 7) Weibull, W. : A statistical distribution function of wide applicability, Proc. A.S.M.E., Applied Mechanics Div., Vol. 18, No. 3, pp. 293～297, 1951.

## 第2章 不規則波の水粒子速度および加速度に関する研究

### 第1節 緒 言

波の場の内部機構を解明することは、海岸工学上の基本的な課題であり、特に海中構造物に作用する波力の算出には不可欠の要素である。従来、規則波の水粒子速度については、理論的、実験的に多くの研究がなされてきたが、現地波浪が不規則であることを考えると、規則波の場合と同様、不規則波の内部機構を系統的に研究し、その特性を明確に把握することが、実用上極めて重要と考えられる。本章では、このような理由から、実験水槽内で不規則波発生機により合成波および不規則波を発生させ、その水粒子速度を超音波流速計を用いて実測し、さらに不規則波の場合には、水粒子速度の時間変化から加速度を求め、これらと水面変動との相互関係について検討を行う。

従来、不規則波の水粒子速度に関する研究はほとんど行われておらず、わずかに、土屋・山口<sup>1)</sup>および平<sup>2)</sup>の研究が見られる程度であるが、土屋・山口の研究は、風洞水槽で生じた風波および現地波浪の水粒子速度を超音波流速計を用いて実測し、2、3のケースについて、水粒子速度のスペクトルと水面変動のスペクトルとの対応を周波数応答の観点から考察したものであり、同様に平の研究も超音波流速計を用いて現地観測を行い、実測の水粒子速度のスペクトルと水面変動のスペクトルから算出した水粒子速度のスペクトルとを比較したものであって、いずれも、不規則波の水粒子速度を系統的に取り扱ったものであるとはいえない。

したがって、本研究では、9種類の合成波および20種類の不規則波を用い、水粒子速度と水面変動との対応について、従来行われてきた周波数応答の観点から検討する。さらに水粒子速度の時間変化そのものにも注目し、Reid<sup>3)</sup>の提示した線型フィルターを用いて、水面変動の時間記録から水粒子速度ならびに加速度の時間変化を算出する。そして実測水粒子速度およびそれから算出した加速度の同時の時間変化との比較検討を行う。

本章では、まず第2節において、合成波および不規則波の水粒子速度の解析方法を示し、ついで第3節において、実験装置と実験方法を述べ、さらに第4節において、実験結果とその考察を行うこととする。

## 第2節 解析方法<sup>3), 4), 5)</sup>

いま  $x$  軸を波の進行方向に、 $z$  軸を鉛直上向きにとり、原点を静水面上の波高計位置とする。波高計位置での不規則波の水面変動を

$$\eta(t) = \int_0^{\infty} M(\omega) \cdot \cos(\omega t - \theta(\omega)) d\omega \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 1)$$

のように表現すると、波による水平、鉛直水粒子速度  $u$ 、 $w$  および加速度  $\dot{u}$ 、 $\dot{w}$  は微小振幅波理論を用いて、次のように表わすことができる。

$$u(t) = \int_0^{\infty} R_u(\omega) \cdot M(\omega) \cdot \cos(\omega t - \theta(\omega)) d\omega, \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 2)$$

$$w(t) = -\int_0^{\infty} R_w(\omega) \cdot M(\omega) \cdot \sin(\omega t - \theta(\omega)) d\omega, \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 3)$$

$$\dot{u}(t) = -\int_0^{\infty} \omega \cdot R_u(\omega) \cdot M(\omega) \cdot \sin(\omega t - \theta(\omega)) d\omega, \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 4)$$

$$\dot{w}(t) = -\int_0^{\infty} \omega \cdot R_w(\omega) \cdot M(\omega) \cdot \cos(\omega t - \theta(\omega)) d\omega \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 5)$$

ただし、 $\omega$  は角周波数、 $\theta(\omega)$  は初期位相であり、 $M(\omega)$  は振幅スペクトルに相当するものである。また、 $R_u(\omega)$  および  $R_w(\omega)$  は次式

$$R_u(\omega) = \omega \cdot \cosh k(h+z) / \sinh kh \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 6)$$

$$R_w(\omega) = \omega \cdot \sinh k(h+z) / \sinh kh \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 7)$$

で与えられる。ここに、 $k$  は波数、 $h$  は水深であるが、これらと  $\omega$  との関係は、

$$\omega^2 = gk \tanh kh \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 8)$$

で与えられる。なお、 $g$  は重力加速度である。

合成波の場合は、本質的には、式 (2・2・1) から式 (2・2・5) の積分記号を  $\Sigma$  に変えた場合である、とみなすことができる。



# (1) 波高スペクトルおよびパワースペクトル

$\eta$ ,  $u$  および  $w$  の時間記録を総称して  $y(t)$  と書き, そのうちのデーター解析に使用する時間長  $T$  の部分を  $y_T(t)$  で表わすと, これは

$$y_T(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos \left( n \frac{2\pi}{T} t - \theta_n \right) \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 9)$$

とフーリエ級数展開することができる。ここに  $\theta_n$  は初期位相であり,

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}, \quad (b_n \cdot \sin \theta_n > 0) \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 10)$$

で計算できるが, フーリエ係数  $a_n$  および  $b_n$  は,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T y_T(t) \cos n \frac{2\pi}{T} t \, dt \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 11)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T y_T(t) \sin n \frac{2\pi}{T} t \, dt \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 12)$$

から求めることができる。ただし,  $n$  は 0, 1, 2 …… なる整数である。

したがって合成波の場合の  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  の各波高スペクトル  $H_\eta$ ,  $H_u$ ,  $H_w$  は, これらを総称して  $H_y$  で表わすことにすれば, 次式

$$H_y(f_n) = 2\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 13)$$

から算出することができる。ここに,  $f_n$  は周波数であり,  $f_n = n/T$  となるが, データーの時間長  $T$  は, 波高スペクトルの計算に際しては, 合成に用いた各規則波の周期の最小公倍数の整数倍に選ぶこととした。

不規則波の  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  の各パワースペクトル  $S_\eta$ ,  $S_u$ ,  $S_w$  を総称して  $S_y$  で表すことにすれば, パワースペクトルは, Wiener and Khintchin の公式<sup>6)</sup>より,  $y_T(t)$  の自己相関関数  $\varphi_y(\tau)$  をフーリエ変換することにより求めることができる。すなわち,

$$\varphi_y(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t) y(t + \tau) \, dt \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 14)$$

$$S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_y(\tau) e^{-i\omega\tau} \, d\tau \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 15)$$

により求めることができるが、実際の計算に際しては、Blackman and Tukey の方法<sup>7)</sup>により、ウィンドウとして Hanning を用いて、自由度 40 で計算した。

## (2) 周波数応答関数

式 (2・2・6) および式 (2・2・7) は、 $\eta$  に対する  $u$  および  $w$  の理論的な周波数応答関数であり、実測の周波数応答関数は、合成波の場合には、式 (2・2・13) から求めた各波高スペクトル  $H_\eta$ ,  $H_u$ , および  $H_w$  を用いて、

$$R_u = H_u / H_\eta \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 16)$$

$$R_w = H_w / H_\eta \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 17)$$

から算出できる。

一方、不規則波の場合には、式 (2・2・15) から求めた各パワースペクトル密度  $S_\eta(\omega)$ ,  $S_u(\omega)$  および  $S_w(\omega)$  を用いて、

$$R_u(\omega) = \sqrt{S_u(\omega) / S_\eta(\omega)} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 18)$$

$$R_w(\omega) = \sqrt{S_w(\omega) / S_\eta(\omega)} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 19)$$

から算出できる。

## (3) 合成波の水平および鉛直方向水粒子速度の時間変化

合成波の  $\eta$  から  $u$  および  $w$  の時間変化を算出する場合には、式 (2・2・13) で計算した  $H_\eta(f_n)$  において、成分波高の大きいもの 5 つを選び、式 (2・2・6) および式 (2・2・7) を用いて各成分波の水粒子速度を算出し、式 (2・2・10) に示した位相スペクトルを利用して、式 (2・2・2) および式 (2・2・3) の形で、再び合成する方法を用いた。

・

## (4) 不規則波の水平および鉛直方向水粒子速度ならびに加速度の時間変化

不規則波の  $u$  および  $\dot{u}$  の時間変化を  $\eta$  から算出する方法としては、すでに第 1 節で述べたように、Reid<sup>3)</sup> が対称および反対称線型フィルターを提示しており、これらは、それぞれ

$$G_s[y(t)] = a_0 y(t) + \sum_{n=1}^N a_n [y(t+n\tau) + y(t-n\tau)] \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 20)$$

$$G_a[y(t)] = \sum_{n=1}^N b_n [y(t+n\tau) - y(t-n\tau)] \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 21)$$

で表される。このフィルターは、インパルス応答関数  $h(t)$ <sup>8)</sup>を用いた一般的なフィルター

$$G[y(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) y(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 22)$$

と同様のものであるが、 $G_s$ および $G_a$ のフィルターでは、 $t+n\tau(>t)$ での $y(t+n\tau)$ をも入力としており、いわゆるインパルス応答関数 $h(t)$ が、 $t<0$ ではゼロであるという性質を有していないという相違がある。このことから、Reidの提示したフィルターでは、すでに測定されたある時間内の $\eta$ の記録から、その時間内の $u$ などの変化を求めるのであって、その測定時間より後の時間での $u$ などを予測する問題を扱うものではないといえるが、Reidのフィルターにこういった特殊性が生じた原因は、入力を正弦波の重ね合わせで表現できると仮定したことにより、このことは、一方では、入出力の計算を極めて簡単に行っているという利点でもある。

ここで、 $a_n$ あるいは $b_n$ は、式(2・2・22)のインパルス応答関数 $h(t)$ に相当するものであって、入力 $y(t)$ に対する出力 $G_s[y(t)]$ あるいは $G_a[y(t)]$ の周波数応答関数のフーリエ係数である。すなわち、式(2・2・20)および式(2・2・21)の $y(t)$ に、式(2・2・1)の $\eta(t)$ を代入すると、

$$G_s[\eta(t)] = \int_0^{\infty} [a_0 + 2 \sum_{n=1}^N a_n \cos n\omega\tau] \cdot M(\omega) \cdot \cos(\omega t - \theta(\omega)) d\omega \dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 23)$$

$$G_a[\eta(t)] = - \int_0^{\infty} [2 \sum_{n=1}^N b_n \sin n\omega\tau] \cdot M(\omega) \cdot \sin(\omega t - \theta(\omega)) d\omega \dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 24)$$

となる。したがって、 $G_s$ は $[a_0 + 2 \sum_{n=1}^N a_n \cos n\omega\tau]$ を周波数応答関数とする位相を変えないフィルターであり、 $G_a$ は $[2 \sum_{n=1}^N b_n \sin n\omega\tau]$ を周波数応答関数とする位相を $\pi/2$ だけ変えるフィルターである。いま式(2・2・2)から式(2・2・5)と、式(2・2・23)および式(2・2・24)を比較すると、表2・2・1に示すような周波数応答関数とフィルターを選定すれば、水面変動 $\eta(t)$ から、必要な諸量の時間変化が計算できることがわかる。なお、実際の計算にあたっては、 $\tau=0.08$  sec および  $N=25$ とした。

表-2・2・1 線型フィルター

入 力	周波数応答関数	線型フィルター	出 力
実 測 値 $\eta(t)$	$R_u(\omega)$	$G_s[\eta(t)]$	$u(t)$
	$R_w(\omega)$	$G_a[\eta(t)]$	$w(t)$
	$\omega \cdot R_u(\omega)$	$G_a[\eta(t)]$	$\dot{u}(t)$
	$-\omega \cdot R_w(\omega)$	$G_s[\eta(t)]$	$\dot{w}(t)$
実 測 値 $u(t)$	$\omega \cdot F_c(\omega)$	$G_a[u(t)]$	$\dot{u}(t)$
実 測 値 $w(t)$		$G_s[w(t)]$	$\dot{w}(t)$

また、加速度は直接実測することができないので、実測の  $u$ 、 $w$  を微分する方法を用いたが、一般に実測の  $u$ 、 $w$  にはある程度の雑音が混入しており、直接微分すると誤差が大きくなる可能性がある。したがって、

$$F_c(\omega) = \begin{cases} 1 : \omega \leq 2\pi f_c \\ 0 : \omega > 2\pi f_c \end{cases} \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 25)$$

なる数値的なローパスフィルター  $F_c(\omega)$  を通して雑音を除去した後、時間微分に相当する周波数応答関数  $\omega$  を有するフィルターを通す方法をとったが、実際には、この操作は表-2・2・1 に示すように、両者の積  $\omega \cdot F_c(\omega)$  を周波数応答関数としてもつフィルター  $G_a$  を利用することにより計算可能である。なお、実際の計算では、 $f_c = 4.0 \text{ Hz}$ 、 $\tau = 0.08 \text{ sec}$  および  $N = 40$  とした。

### 第3節 実験装置および方法<sup>4), 5)</sup>

#### (1) 実験装置

実験は、すでに写真-1・3・7 に示した京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された幅 50 cm、深さ 70 cm、長さ 27 m の実験水槽を用いた。水槽の一端には、電気油圧式不規則波発生装置が設置されており、その一部はすでに写真-1・3・8 に示したが、この造波板の前方 8 m の位置に、超音波流速計の実験水槽用プローブと波高計を設置し、他端に勾配 1/3 の消波工を設けた。

この概要を図-2・2・1 に模式的に示すが、不規則波発生装置は、写真-2・2・1(a), (b)

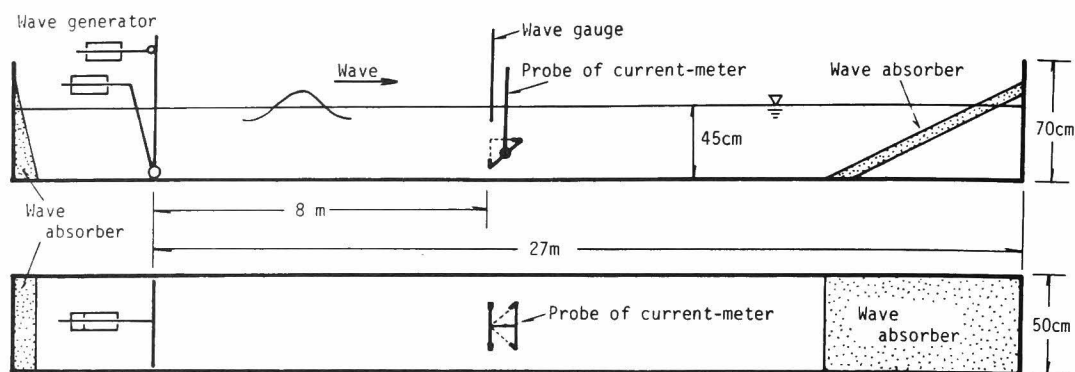
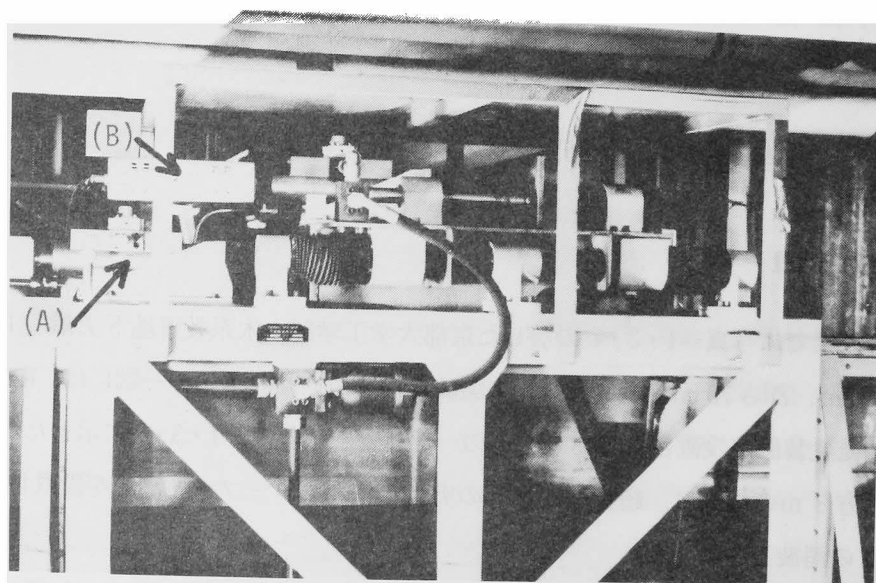
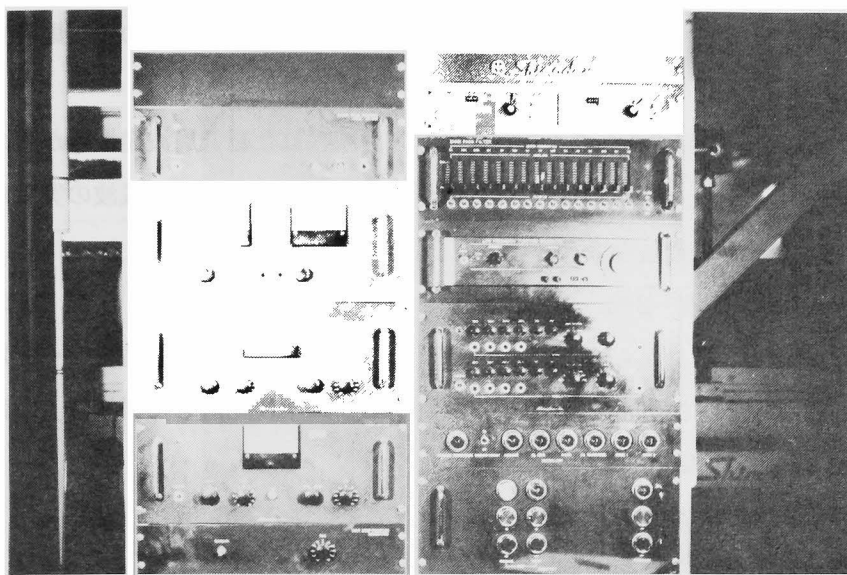


図-2・2・1 実験装置概要

および(c)に示すように、(a)の駆動部、(b)の制御装置および(c)の油圧源の3部分から構成されており、(b)には、2台の超低周波発振器とホワイトノイズを発生させる超低周波ランダム・ノイズ発振器およびスペクトラム修正用帯域濾波器が組み込まれている。この濾波器は、0.2～5Hzの範囲で1/3オクターブ幅に分割された15本のバンド・パス・フィルター(B.P.F.)が組み合わされており、それぞれのフィルター出力を調整することにより、任意のスペクトル信号を造波板に与えることができる。この信号のうち、1.0Hz以下のランダム信号は、(a)に示したアクチュエーター(A)をピストン型で駆動し、1.25Hz以上の信号は、アクチュエーター(B)をフラッター型で駆動する。この結果、造波板は、ピストン型か



(a) 駆動部



(b) 制 御 装 置



(c) 油 圧 源

写真-2・2・1 不規則波発生装置

フラッター型の運動，あるいは両者を合成した運動をするので，種々の不規則波を発生させることができる。

また，2つ以上の規則波を合成する場合には，内蔵された超低周波発振器からの信号の外に，外部入力として，規則信号を入れる必要があり，このため，合成波の実験には，写真-2・2・2に示す超低周波発振器を用いることとした。

超音波流速計は，写真-2・2・3に示すように，(a)の実験水槽用プローブ，(b)の接続箱および(c)の本体の3部分から構成されているが，これらの構造概要を図-2・2・2に示す。超音波流速計は超音波の指向角が小さい点を利用し，水中に発信した周波数 $f_1$ の音波のうち，図-2・2・2の細線で示した球状部を通過する反射物体からの反射波のみを受信し，そこで生じた周波数のドップラーシフト $f_d$ を MIXT ER-CARD で取り出し，ANALOG-CARD で電圧 $V$ に変換し，さらに，LOW-PASS-FILTER (L. P. F.) を通して雑音を除去し，連続的な電圧 $V_L$ に平滑化することにより，水粒子速度 $u$ の時間変化を測定するものであり， $u$ と $f_d$ および $f_d$ と $V$ の関係は線型である。しかし，パルス状の電圧 $V$ が L. P. F を通る時，その cut off frequency  $f_c$  が小さ過ぎると出力に位相遅れおよび出力低下が生じるので，ここでは $f_c$ を8.5Hzに選んだが，電氣的に検定した結果，5Hz以下の正弦電圧入力に対しては出力低下が無いことがわかった。さらに図-2・2・3は，プローブを定速運動させて求めた定速較正直線と，正弦運動させて求めた動的

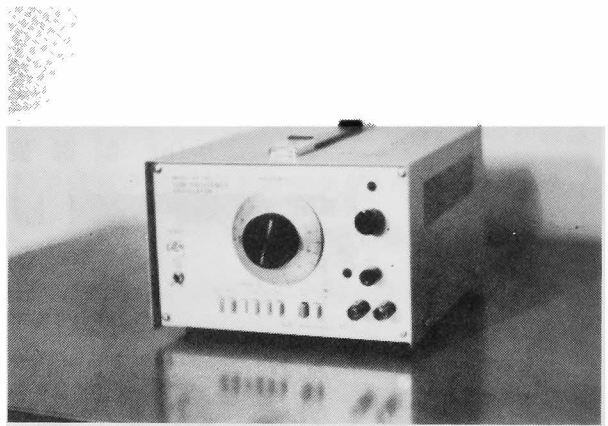
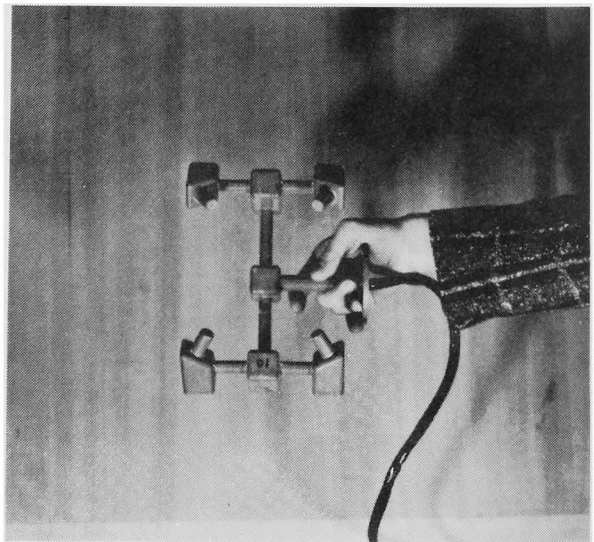
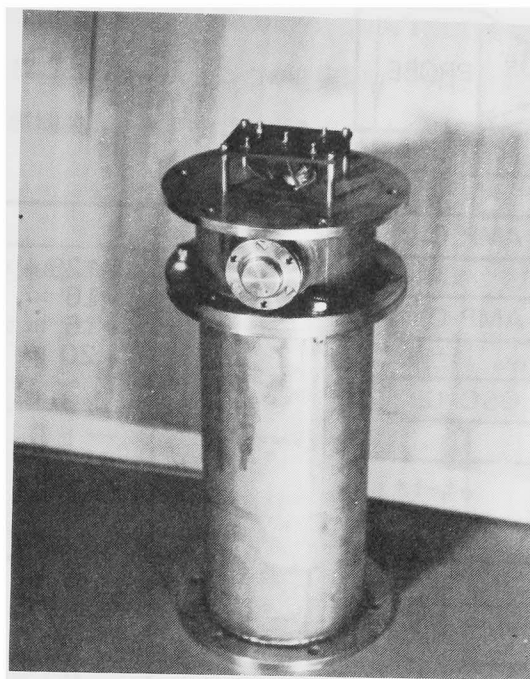


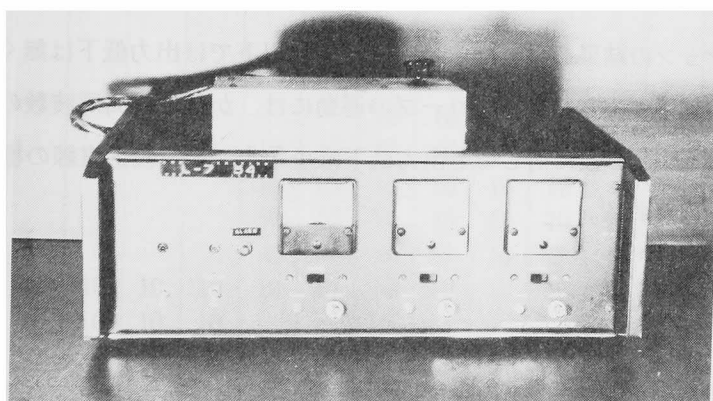
写真-2・2・2 超低周波発振器



(a) 実験水槽用プローブ



(b) 接 続 箱



(c) 本 体

写真-2・2・3 ドップラー式超音波流速計



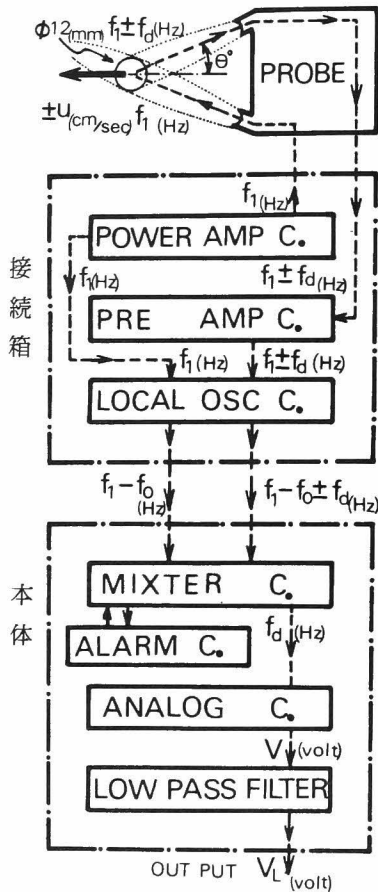


図-2・2・2 ドップラー式  
超音波流速計概要

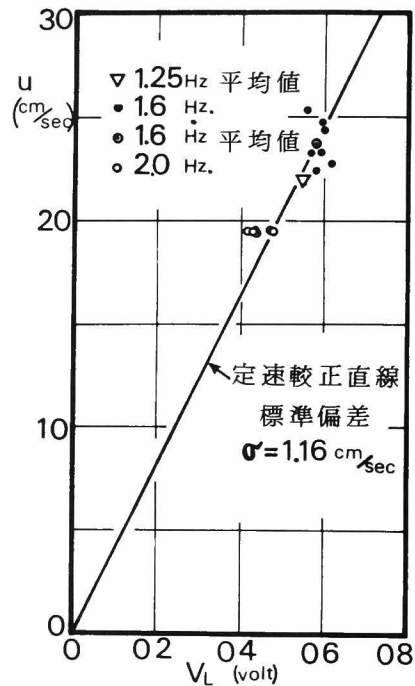


図-2・2・3 速度  $u$  と  
出力電圧  $V_L$  との関係

キャリブレーションの結果を示したもので、1.6Hz 以下では出力低下は無く、2.0Hz 以下では若干の出力低下が生じるが、プローブの運動には、かなりの高周波数の振動が混入するので、実際は 2.0Hz の波に対しても出力低下は小さく、定速較正直線の標準偏差 1.2 cm/sec の範囲内と思われる。

## (2) 実験方法

水深  $h$  は、合成波の場合および不規則波の場合ともに 45cm とした。合成波の場合の水粒子速度の測定点  $z_p$  は、静水面下水深の 20%，すなわち  $z_p = -9.0$  cm とした。使用した合成波の種類は、周波数が 0.5, 0.63, 0.8, 1.0 および 1.25Hz の規則波を 2 つずつ合成した 9 種類であり、その実験ケースを表-2・2・2 に示す。

不規則波の場合には、 $z_p$  は静水面下水深の10%，20%および30%，すなわち  $z_p = -4.5$  cm， $-9.0$  cm および  $-13.5$  cm の3点としたが，実験ケースは合計20ケースであり，各ケースの測定点および不規則波発生機のB.P.F.の出力ゲインを表-2・2・3に示す。

表-2・2・2 合成波の実験ケース

水深  $h = 45$  cm

実験ケース	水粒子速度測定点 $z_p$ (cm)	合成に用いた規則波の周波数	
		$f_1$ (Hz)	$f_2$ (Hz)
C-1	-9.0	1.25	0.8
C-2	-9.0	1.25	0.63
C-3	-9.0	1.25	0.5
C-4	-9.0	1.0	0.8
C-5	-9.0	1.0	0.63
C-6	-9.0	1.0	0.5
C-7	-9.0	0.8	0.63
C-8	-9.0	0.8	0.5
C-9	-9.0	0.63	0.5

表-2・2・3 不規則波の実験ケース

水深  $h = 45$  cm

実験 ケース	水粒子速度 測定点 $z_p$ (cm)	バンドパスフィルター出力周波数およびゲイン ( $\frac{\max}{\min} \times 10$ )														
		Hz	.25	.315	4	.5	.63	.8	1.0	1.25	1.6	2.0	2.5	3.15	4.0	5.0
I-1	-9.0					10										
I-2	-9.0							10								
I-3	-9.0									10						
I-4	-9.0										10					
I-5	-9.0								10	10						
I-6	-9.0							10	10	10						
I-7	-9.0							10	10	10	10					
I-8	-9.0					10	10	10	10							
I-9	-9.0					10	10	10	10	10	10					
I-10	-9.0					10	10	10	10	10	10	10				
I-11	-9.0					4	7	9	10	10	9	7	4			
I-12	-9.0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10			
I-13	-9.0	10	10	10	10							10	10			
I-14	-4.5						10	10	10	10	10					
I-15	-4.5					4	7	9	10	10	9	7	4			
I-16	-4.5	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10			
I-17	-4.5	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
I-18	-13.5					4	7	9	10	10	9	7	4			
I-19	-13.5	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10			
I-20	-13.5	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

流速の測定に際し、水粒子のトレーサーすなわち超音波の反射物体として、比重 1.22, 粒径 0.09 ~ 0.18 mm, 沈降速度 0.2 cm/sec 以下のポリ塩化ビニール粉体を使用した<sup>9)</sup>が、これは速続体ではないために、出力信号に若干の雑音が混入することはやむを得なかった。

## 第 4 節 実験結果および考察

### (1) 合成波の実験結果

合成波の  $\eta$ ,  $u$  および  $w$  のスペクトル分布  $H_\eta$ ,  $H_u$  および  $H_w$  の一例として、 $f_1=0.8\text{ Hz}$  および  $f_2=1.0\text{ Hz}$  の規則波を合成した、実験ケース C-4 の結果を図-2・2・4 に示す。図中一点鎖線で示した波高スペクトル  $H_\eta$  の基本周波数成分の波高は、 $H_\eta(f_1)=6.1\text{ cm}$  および  $H_\eta(f_2)=5.1\text{ cm}$  であり、さらに高次周波数成分波の波高は、 $H_\eta(2f_2-f_1)=0.9\text{ cm}$ ,  $H_\eta(f_1+f_2)=0.9\text{ cm}$  および  $H_\eta(f_2-f_1)=0.8\text{ cm}$  であって、この 5 つの成分波高が比較的大きな値となる。これらのうち、基本周波数成分波の波高が大きいのは当然のことであるが、それらの相互干渉の結果として発生したと考えられる高次周波数成分波が、無視できない程度の波高を有することは注意を要する点である。すなわち、2 次のオーダーのストークス波理論では、水面条件が非線型であるにもかかわらず、周波数が  $f_1$  と  $f_2$  の 2 つの正弦波を合成しても、その非線型干渉の結果として別の周波数の波が生じることはなく、 $2f_1-f_2$  などの高次周波数成分の波が生じるためには、3 次以上のオーダーを考慮しなければならないという点である<sup>9)</sup>。したがって、この実験の場合には、合成に用いた 2 つの規則波には合成する以前に、

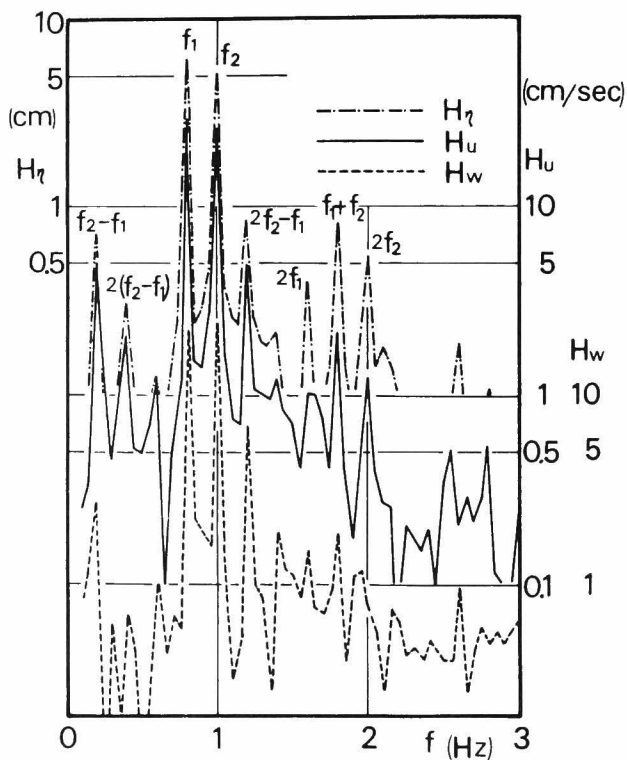
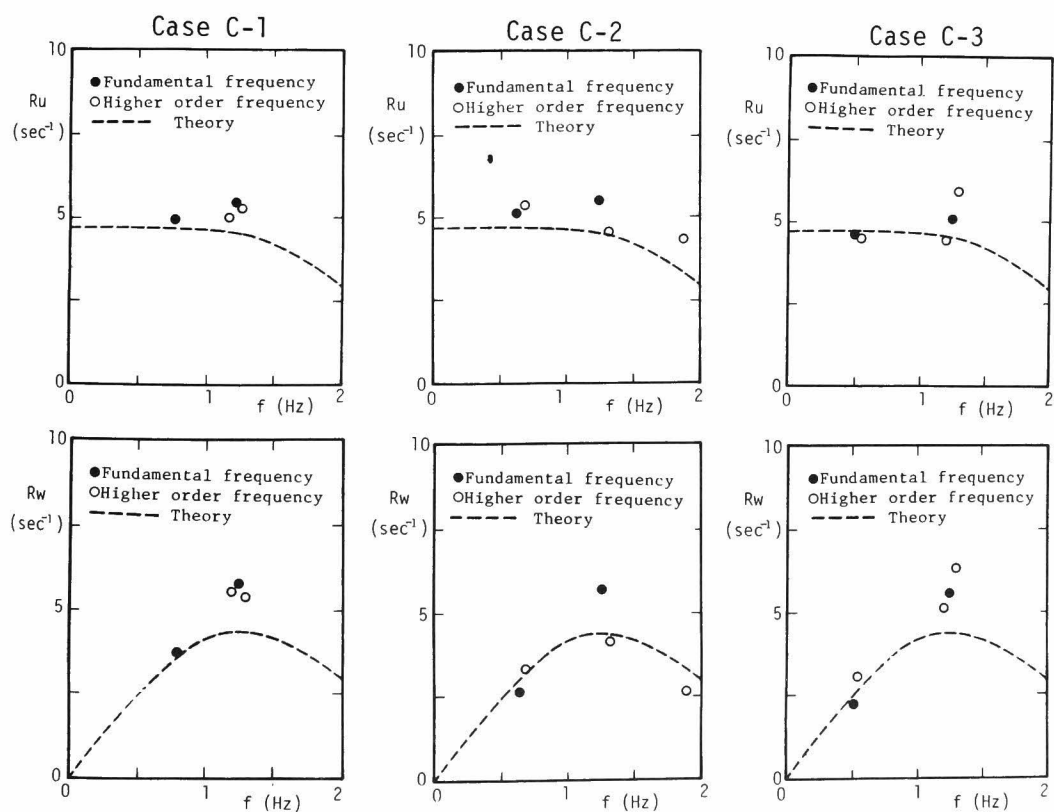


図-2・2・4 合成波の  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  のスペクトル分布 (実験ケース C-4)

すでに2倍周波数の波が含まれており、合成時には、3つ以上の成分波が3次のオーダーの相互干渉を生じたと考えざるをえない。この点については、今後さらに検討することとし、ここではこれ以上立ち入らないこととする。ところで、 $H_\eta$ と実線で示した $H_u$  および破線で示した $H_w$  とを比較すると、各成分は比較的明確に対応していることがわかる。これは、他の実験ケースの結果についてもほぼ同様であったが、これらの対応を周波数応答の観点から調べたものが、図-2・2・5である。

図-2・2・5は、式(2・2・6)および式(2・2・7)から計算した微小振幅波理論の周波数応答関数値と、式(2・2・16)および式(2・2・17)から計算した実測の応答値とを、 $H_\eta$ の大きいものから5つの成分波を選んで比較したものである。図中●は基本周波数成分を表すが、これは、 $u$ および $w$ ともに、実測値の方が理論値よりもやや大きくなる傾向が見うけられる。○で示した高次周波数成分は、全般的な傾向としては、理論値に近いが、成分波高が小さいこともあって、理論値の上下に散乱する結果となっている。

図-2・2・6(a)および(b)は、ケースC-4について第2節(3)で示した方法によって、実測の $\eta$ から求めた $u$ および $w$ の時間変化と実測の $u$ および $w$ の同時の時間変化とを比較し



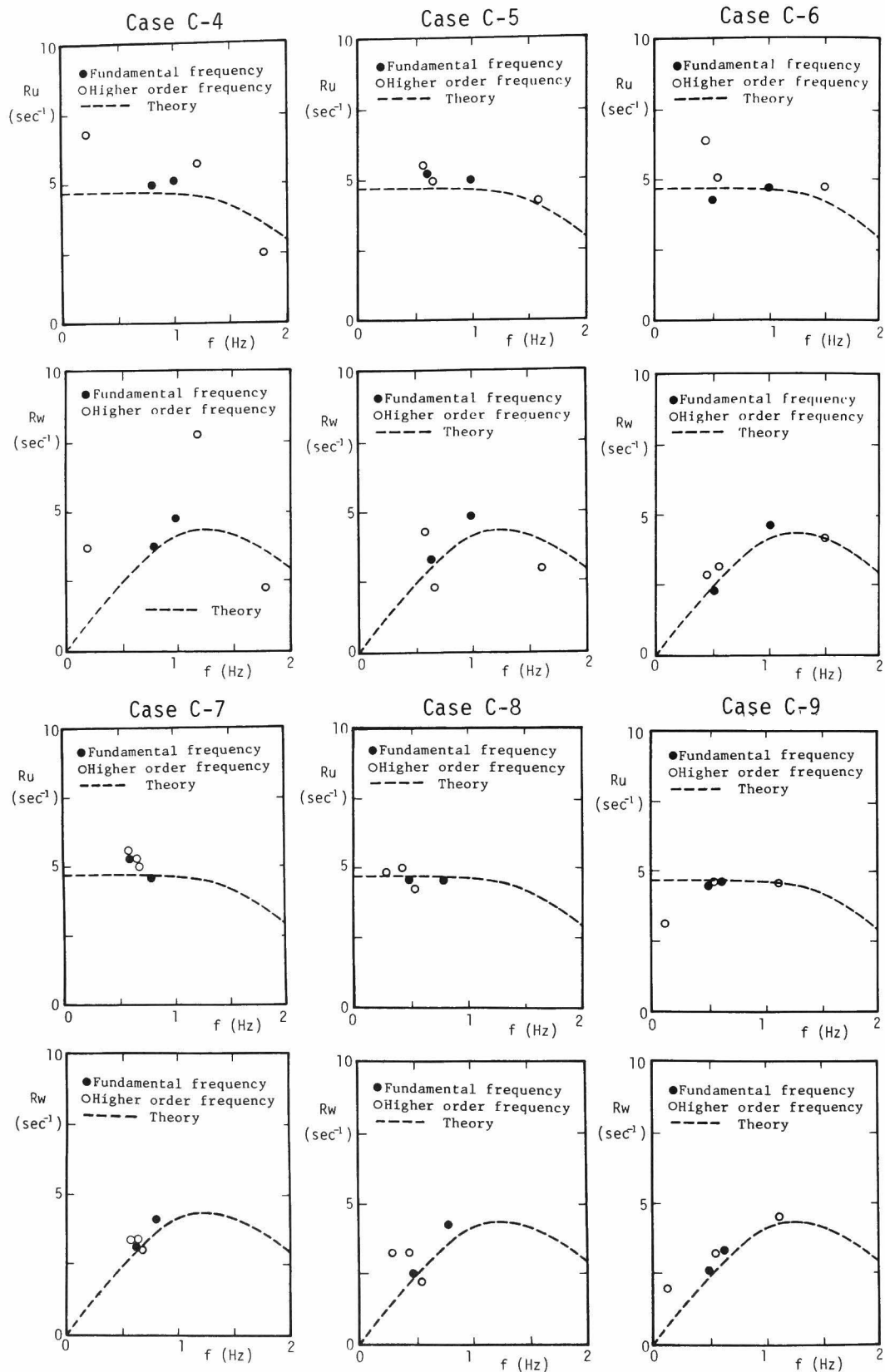
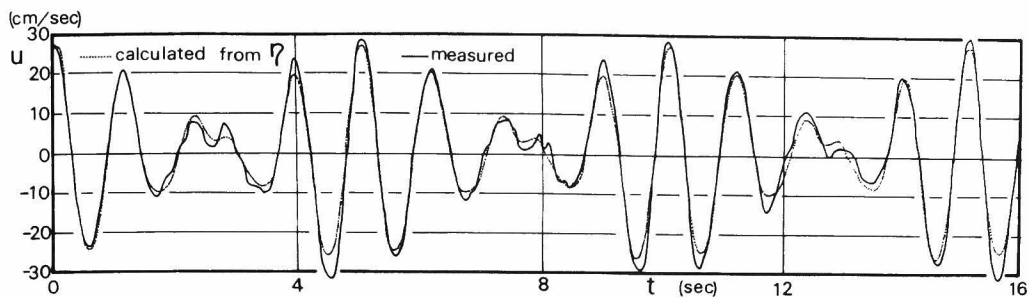
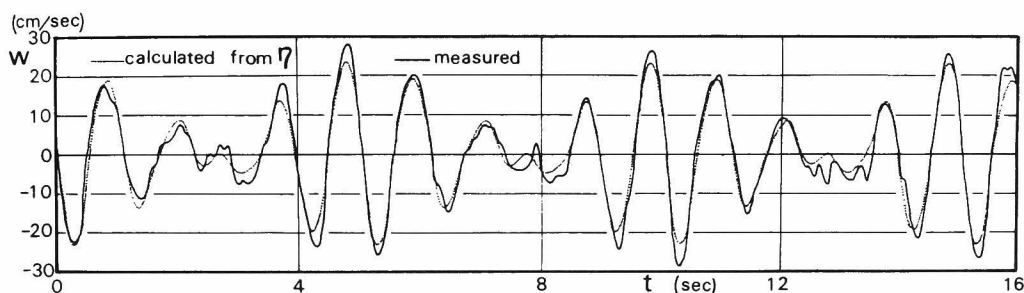


図-2・2・5 合成波の $u$ および $w$ の周波数応答関数



(a)  $u$  の時間変化



(b)  $w$  の時間変化

図-2・2・6 合成波の  $u$  および  $w$  の時間変化  
(実験ケース C-4)

たものである。図よりわかるように、実線で示した実測値と点線で示した計算値は、比較的良く一致しているといえるが、 $u$  および  $w$  の峰の付近および谷の付近で、実測値の方が計算値よりもやや大きくなる傾向がある。このような傾向は、他のケースもほぼ同様であったが、これについては、不規則波の実験結果のところで考察することとする。

## (2) 不規則波の実験結果

不規則波の実験記録の一例を写真-2・2・4に示すが、これらの実験結果のうち、表-2・2・3に示したケース I-10の結果を図-2・2・7から図-2・2・9に示す。図-2・2・7は、 $\eta$ 、 $u$  および  $w$  のパワースペクトル密度  $S_\eta$ 、 $S_u$  および  $S_w$  を比較したものであり、 $S_\eta$  のパワーが大きな値を持つ周波数領域では、三者は明確に対応しているが、周波数が約1.5 Hz以上では、 $S_w$  は  $S_u$  よりも大きくなり、これらの傾向は他のケースについても同様であった。しかし周波数が2 Hz以上になると流速計の信頼度も徐々に低下し、流速計の雑音と本来の  $u$ 、 $w$  のパワーとの分離が困難であるため、現在のところでは  $u$  および  $w$  の高周

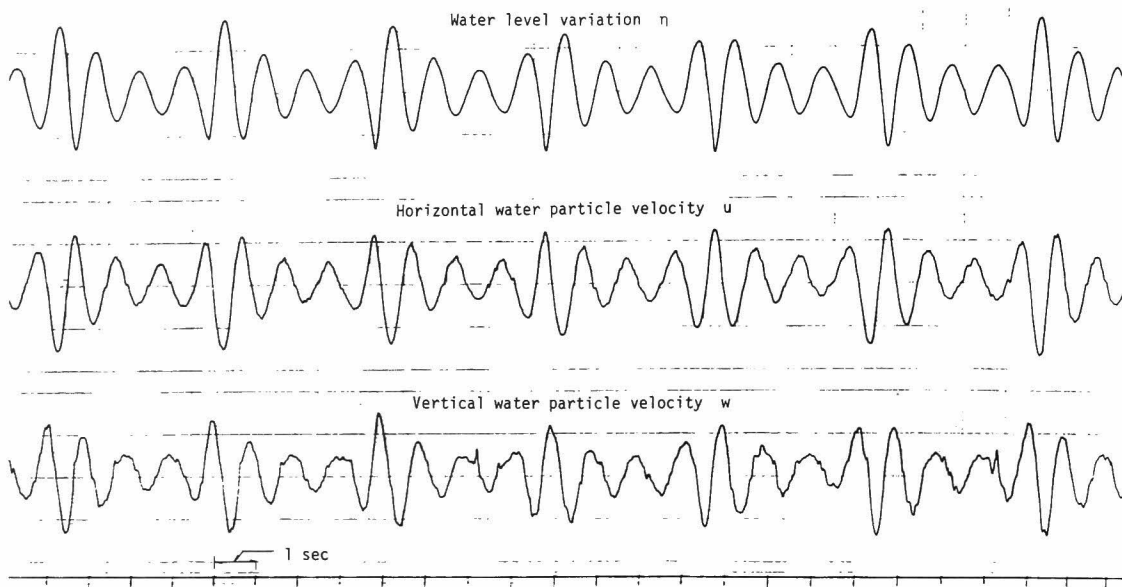


写真-2・2・4 不規則波の  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  の実験記録

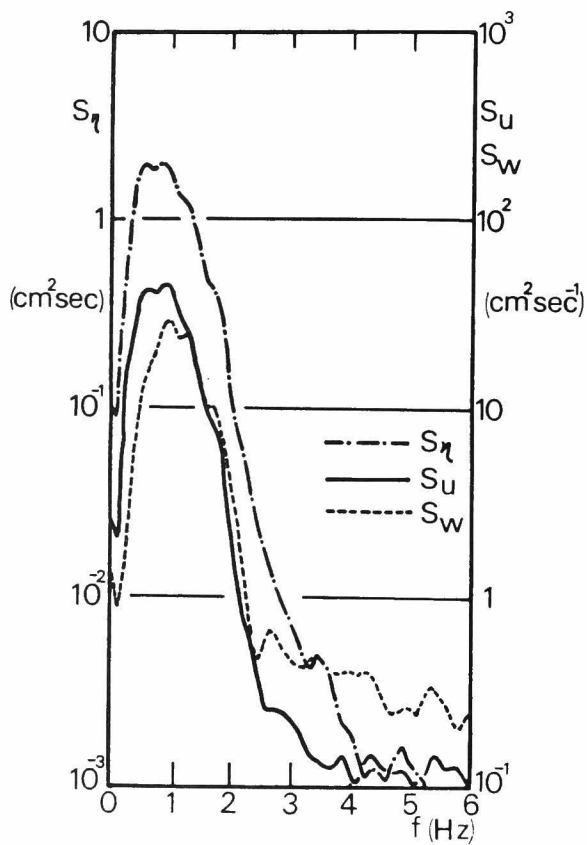
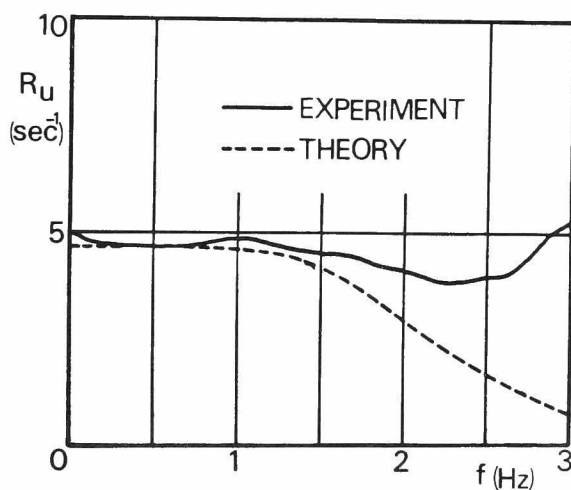


図-2・2・7 不規則波の  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  パワースペクトル密度分布

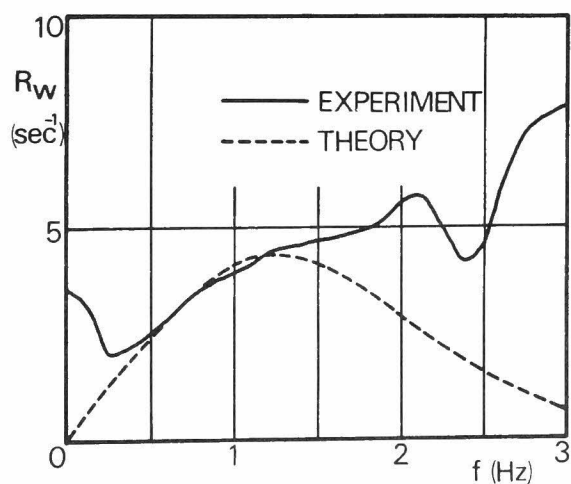
波数成分の特性を厳密に議論することは困難である。

図-2・2・8(a)および(b)は、式(2・2・6)および式(2・2・7)の微小振幅波理論による周波数応答関数値と、式(2・2・18)および式(2・2・19)で求めた実測値とを比較したものであり、(a)および(b)ともに、1.5 Hz 近くまで実測値と理論値は良く一致しているが、1.5 Hz 以上では実測値の方が相当大きくなることがわかる。この傾向は(b)において特に顕著である。

図-2・2・9(a)~(e)に不規則波の $\eta$ ,  $u$ ,  $w$ ,  $\dot{u}$ および $\dot{w}$ の時間変化を示すが、(a)は実測した $\eta$ の時間記録であり、(b), (c), (d)および(e)の $u$ ,  $w$ ,  $\dot{u}$ および $\dot{w}$ の計算値は、この $\eta$ を第2節(4)に示した各線型フィルターへの入力として求めたものである。(b)は、実測の $u$ の時間変化と同時の計算値とを比較したものであり、両者はほぼ一致しているが、峰と谷の部分では合成波の場合と同様、実測値の方がやや大きい。同様に(c)は、実測の $w$ の時間変化と同時の計算値とを比較したものであるが、特に谷の部分で実測値が計算値より大きく、 $u$ に比べると雑音の混入の程度が著しい。(c)は、実測の $\eta$ の時間変化から算出した $\dot{u}$ の時間変化と、表-2・2・1の $\omega \cdot F_c$ ( $\omega$ )なる周波数応答関数を有するフィルターにより実測の $u$ から算出した $\dot{u}$ の時間変化とを比較したもので、両者はほぼ一致しているといえるが、実測の $u$ そのものに若干雑音が含まれているため、それから求めた $\dot{u}$ には、ローパスフィルター $F_c(\omega)$ を通し



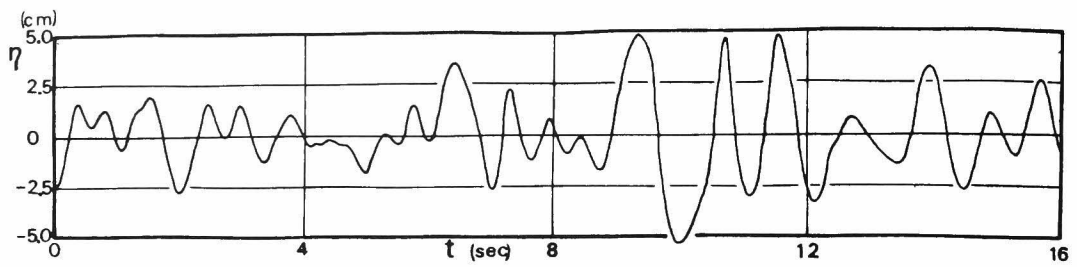
(a)  $u$  の周波数応答関数



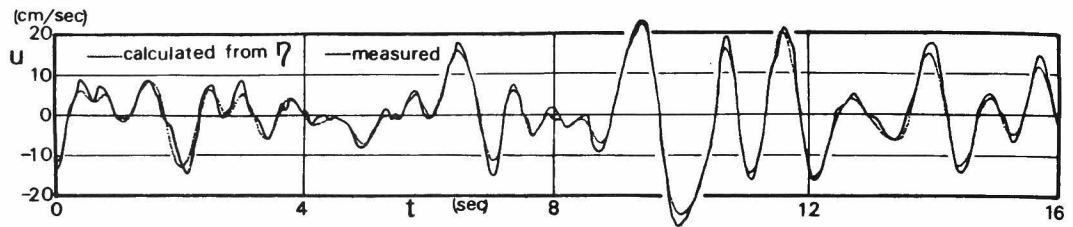
(b)  $w$  の周波数応答関数

図-2・2・8 不規則波の $u$ および $w$ の周波数応答関数(実験ケースI-10)

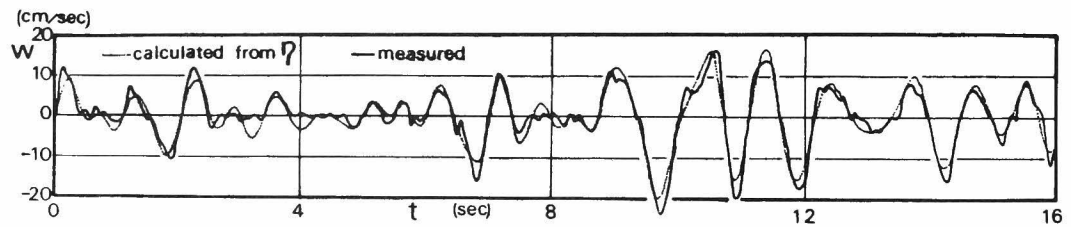




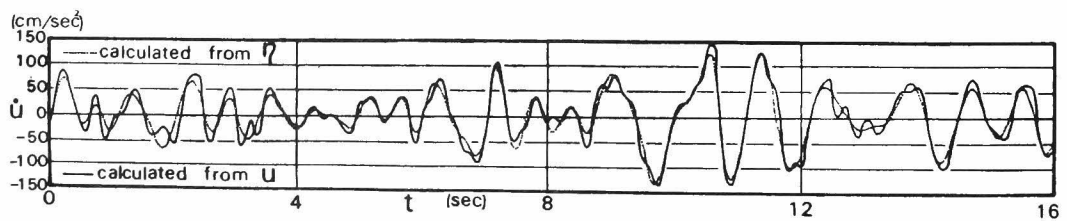
(a) 不規則波の  $\eta$  の時間変化



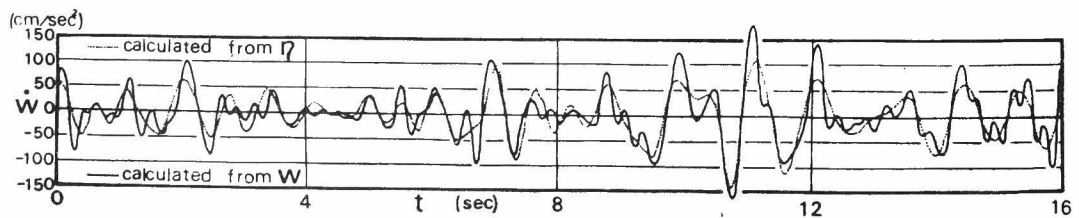
(b) 不規則波の  $u$  の時間変化



(c) 不規則波の  $w$  の時間変化



(d) 不規則波の  $\dot{u}$  の時間変化



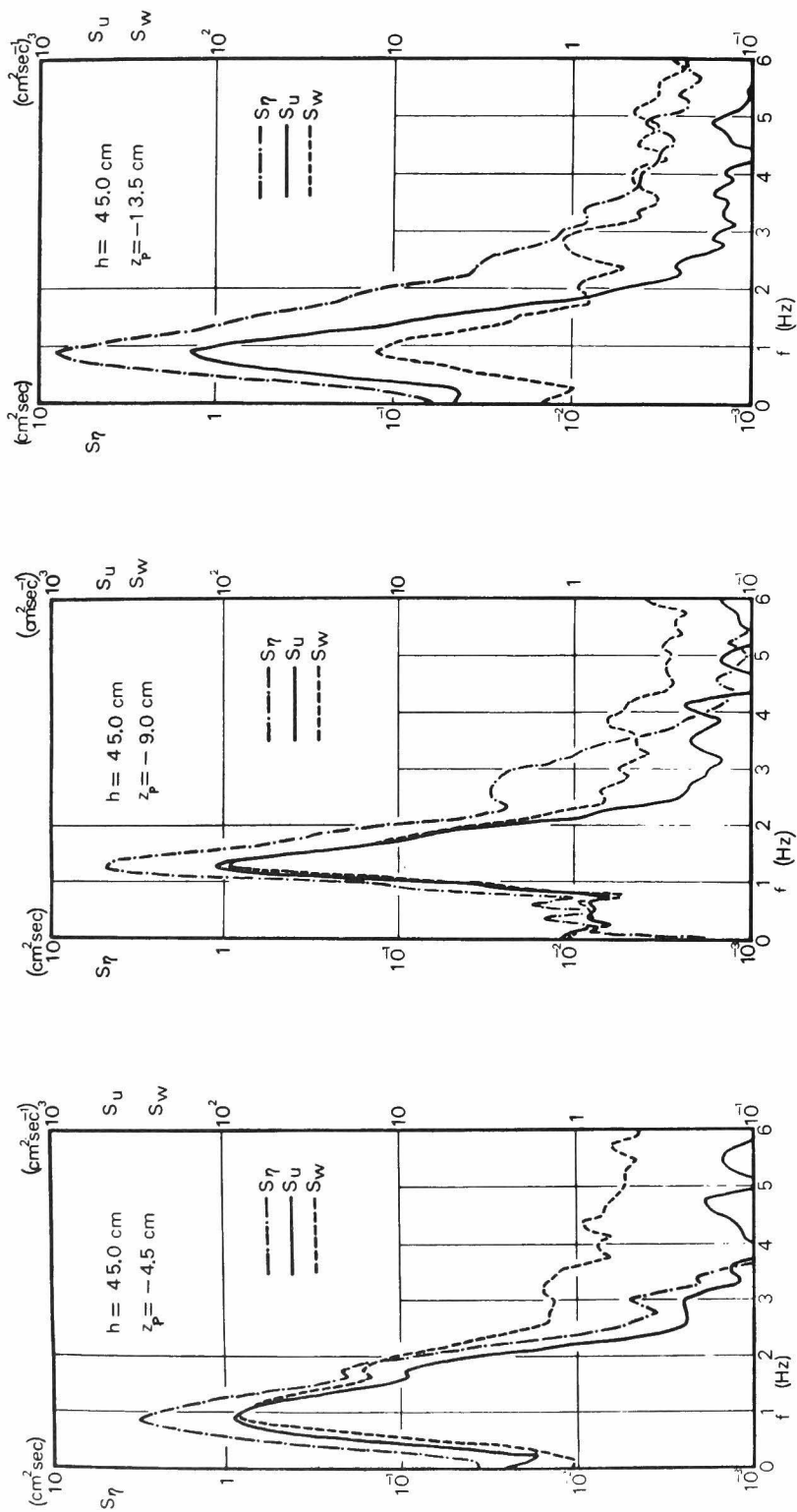
(e) 不規則波の  $\dot{w}$  の時間変化

図-2・2・9 不規則波の  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$ ,  $\dot{u}$ ,  $\dot{w}$  の時間変化  
(実験ケース I - 10)

たにもかかわらず、高周波数の変動が見られる。(d) は、同様に実測の  $\eta$  から算出した  $\dot{w}$  の時間変化と実測の  $w$  から算出した  $\dot{w}$  の時間変化とを比較したものであるが、この場合は  $w$  に含まれる雑音が  $u$  よりも大きいため、 $w$  から求めた  $\dot{w}$  には  $u$  から求めた  $\dot{u}$  と比べてさらに高周波数の変動が加わる結果となっている。

次に、水粒子速度の測定点  $z_p$  が、それぞれ  $-4.5\text{ cm}$ 、 $-9.0\text{ cm}$  および  $-13.5\text{ cm}$  の場合の代表的な 3 つのケースを例にとり、これらの結果の考察を行う。図-2・2・10(a), (b) および (c) は、実験ケース I-14, I-4 および I-18 のパワースペクトル密度分布を示したものである。測定点が浅い (a) では、 $S_\eta$ 、 $S_u$  および  $S_w$  の形状は比較的良く一致しており、水面の変動とその内部の水粒子の運動とが強く関係していることがわかる。(b) は、ピーク周波数が  $1.25\text{ Hz}$  の比較的バンド幅の狭い不規則波を発生させた場合であり、したがって、周波数が  $2.5\text{ Hz}$  付近の  $S_\eta$  には、その倍周波数成分に相当するものが見られるが、 $S_u$  および  $S_w$  には、この影響はほとんど見られない。(c) の測定点が深い場合には、 $S_w$  は、ピーク周波数付近においても、かなり小さな値になることがわかる。これらのケースの  $u$  および  $\dot{u}$  の時間変化を図-2・2・11 に示すが、(a) および (a') はケース I-14, (b) および (b') はケース I-4, (c) および (c') はケース I-18 の、 $u$  および  $\dot{u}$  の時間変化である。これらの結果より、実測水粒子速度  $u$  の時間記録と  $\eta$  から算出した  $u$  の時間変化とは、峰および谷の部分に若干の相違が生じる以外は、両者は比較的良く一致していること、および  $u$  の実測値から算出した  $\dot{u}$  と  $\eta$  から算出した  $\dot{u}$  とを比較すると、 $u$  から算出した  $\dot{u}$  には高周波数の振動が加わるが、両者は全体的に良く一致していることなどがわかる。

以上、I-10, I-14, I-4 および I-18 の結果について考察を行ったが、表-2・2・3 に示した不規則波の全実験ケースを総合すると次のことがいえる。不規則波の水粒子速度は、 $S_\eta$  が大きなパワーを有する周波数領域では、 $S_\eta$  の形にかかわらず、実測の周波数応答値はほぼ微小振幅波の理論値と一致するが、高周波数領域では実測値の方が大きくなり、この傾向は  $w$  について特に顕著である。したがって、線型フィルターを用いて実測の  $\eta$  から求められる時間変化と実測の  $u$ 、 $w$  の時間変化を比較すると、全体の形状はほぼ一致するが、一般に高周波数成分の影響が強く現れると考えられる波形の峰および谷の付近においては、実測値の方が大きくなる傾向がある。一方、加速度に関しては、 $u$  および  $w$  から求めた  $\dot{u}$  および  $\dot{w}$  には、 $u$  および  $w$  に含まれる雑音成分が影響を与えるため、 $\eta$  から求めたものと比べて高周波数の変動が生じる。ただし、 $w$  に比べて  $u$  の方が雑音成分が小さいため、 $\dot{u}$  に関しては  $\eta$  から求めたものとほぼ一致するが、 $\dot{w}$  に関しては両者の相違

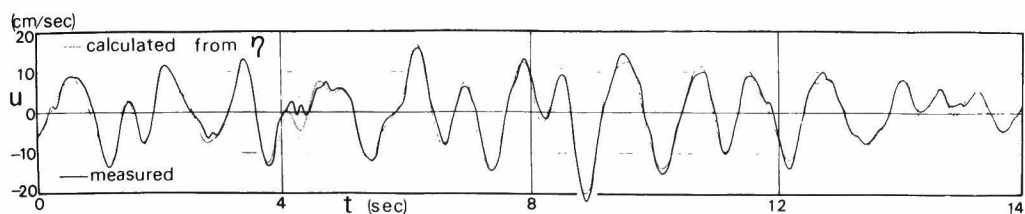


(a)  $z_p = -4.5 \text{ cm}$   
(実験ケース I-14)

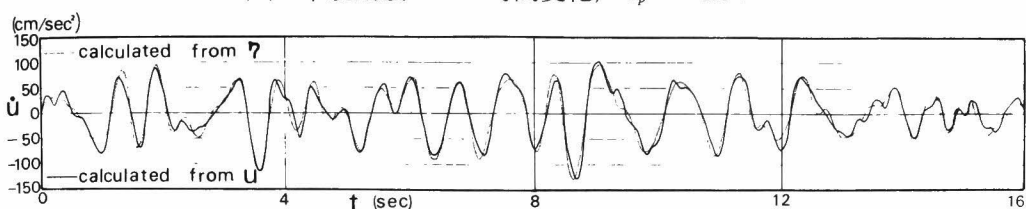
(b)  $z_p = -9.0 \text{ cm}$   
(実験ケース I-4)

(c)  $z_p = -13.5 \text{ cm}$   
(実験ケース I-18)

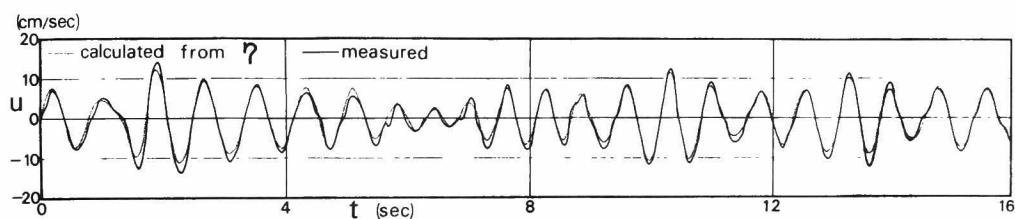
図-2・2・10 不規則波のスペクトル密度分布



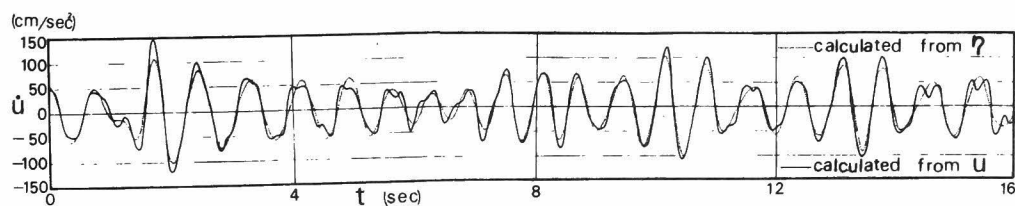
(a) 不規則波の  $u$  の時間変化,  $z_p = -4.5$  cm



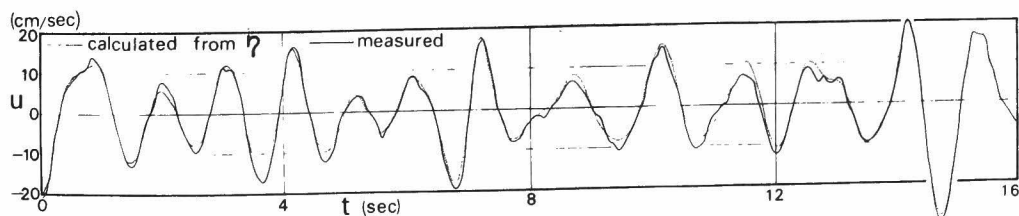
(a') 不規則波の  $\dot{u}$  の時間変化,  $z_p = -4.5$  cm



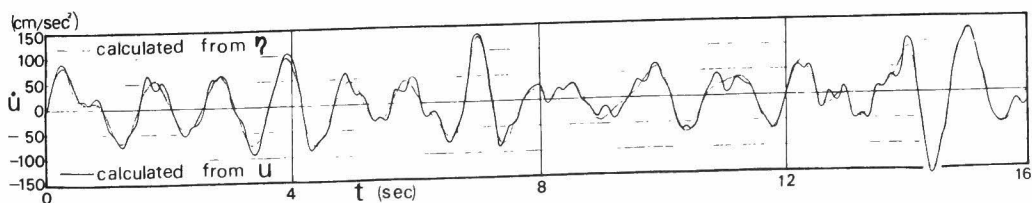
(b) 不規則波の  $u$  の時間変化,  $z_p = -9.0$  cm



(b') 不規則波の  $\dot{u}$  の時間変化,  $z_p = -9.0$  cm



(c) 不規則波の  $u$  の時間変化,  $z_p = -13.5$  cm



(c') 不規則波の  $\dot{u}$  の時間変化,  $z_p = -13.5$  cm

図-2・2・11 不規則波の  $u$  および  $\dot{u}$  の時間変化

はかなり著しい。第2節(4)で述べたように、式(2・2・25)のローパスフィルターの $f_c$ としては、4.0 Hzを用いており、さらに $f_c$ を小さくすれば、この雑音成分の影響を小さくできるが、いずれにせよ雑音の混入は流速計そのものの欠陥であり、今後の流速計の改良にまたねばならない。

## 第5節 結 語

本章では、合成波および不規則波について合計29ケースの実験を行い、これらの水粒子速度と水面変動との対応を従来の研究と同様にスペクトル分布および周波数応答関数の観点から検討するとともに、さらに新たにその時間変化の観点から検討したが、まず第2節では、解析方法を示し、ついで第3節において、実験装置およびその方法を述べ、最後に第4節において、実験結果の考察を行った。これらの結果を要約すると次のようである。

1) 合成波の水面変動と水平および鉛直方向水粒子速度との対応については、一般に基本周波数成分波は比較的良く微小振幅波理論に従うが、基本周波数が比較的高周波数の場合には、実測値の水粒子速度の方が理論値よりも若干大きくなる傾向があった。さらに、高次周波数成分波については、その成分波高が小さいこともあって、一般的な傾向を見出すことはできなかったが、これについてはさらに検討する必要があると思われる。

また、水粒子速度の時間変化については、水面変動をフーリエ級数展開し、各成分波の水粒子速度を微小振幅波理論から算出し、位相スペクトルを用いてこれらを再び合成するという方法により、比較的正確に算出できることがわかった。

2) 不規則波の水面変動と水平および鉛直方向水粒子速度との周波数応答関数の対応は、周波数が比較的小さい領域では、一般に実測値の方が大きくなり、この傾向は特に鉛直方向水粒子速度の場合に顕著である。

また、水平および鉛直方向水粒子速度ならびに水粒子速度の時間変化から求めた水平水粒子加速度の時間変化は、同時に測定された水面変動からReidの提示した線型フィルターを用いてほぼ正確に算出し得ることが明らかになった。

## 参 考 文 献

- 1) 土屋義人・山口正隆：超音波流速計による波の水粒子速度に関する実験的研究，第18回海岸工学講演会論文集，pp. 97～104， 1971.
- 2) Taira, K. : Wave particle velocities measured with a Doppler current meter, Jour. Oceanographical Soc. Japan, Vol. 27, No. 5, pp. 218～232, 1971.
- 3) Reid, R. O. : Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., pp. 749～786, 1957.
- 4) 岩垣雄一・酒井哲郎・石田 啓：不規則波の水粒子速度と水面変動との相互関係に関する研究，第19回海岸工学講演会論文集，pp. 149～154， 1972.
- 5) Iwagaki, Y., Sakai, T. and Ishida, H. : Correlation of water particle velocity with water level variation for irregular waves, Coastal Eng. in Japan, Vol. 16, pp. 19～28, 1973.
- 6) たとえば堀川 明：ランダム変動の解析，共立出版，pp. 158～160， 1965.
- 7) Blackman, R.B. and Tukey, J. W. : The measurement of power spectra, Dover Pub., Inc. New York, pp. 1～165, 1958.
- 8) たとえば宮川 洋・佐藤拓宋・茅 陽一：不規則信号論と動特性推定，コロナ社，pp. 72～81， 1969.
- 9) 富永政英：海洋波動，共立出版，pp. 321～373， 1976.

### 第3章 モリソン公式に基づく不規則波力の算定に関する研究

#### 第1節 緒 言

海洋開発の具体化に伴い、海中構造物の設計施工が必要となるが、そのためには、最も広く用いられる円柱状構造物に作用する波力の算定が必要であり、特に、現地波浪が不規則波であることから、今後不規則波力の特性を調べる事が重要であると考えられる。

従来、Wiegel<sup>1)</sup>は現地観測の結果から、水面変動 $\eta$ のスペクトル $S_\eta$ と波力 $F$ のスペクトル $S_F$ との相似性を指摘しており、また Borgman<sup>2)</sup>および日野<sup>3)</sup>はモリソン公式を用いて $S_\eta$ から $S_F$ を算出する方法を別個に誘導している。一方 Reid<sup>4)</sup>は現地実験により、円柱の支点反力を実測してモリソン公式の抗力係数 $C_D$ および慣性係数 $C_M$ を求め、この $C_D$ および $C_M$ を用いて波力の時間変化を再現し、実測波力と比較している。

著者はすでに第2章において、不規則波力をもたらす水粒子速度および加速度について研究を行ったが、本研究はそれに続いて、実験水槽内で種々の不規則波を発生させ、円柱のセグメントに作用する局所波力を測定し、モリソン公式を前提とした Reid の方法<sup>4)</sup>および Borgman の方法<sup>2)</sup>を用いて、不規則波力の特性を検討しようとするものである。

したがって、本章第2節では、まず Reid の提示した不規則波力の時間変化の計算方法と Borgman の提示した波力のスペクトルの計算方法とを示し、ついで第3節で著者らの行った実験結果を用いて不規則波の $C_D$ 、 $C_M$ を求め、これらの変化特性について若干の考察を行い、さらにこれらの $C_D$ 、 $C_M$ を用いた場合の波力の計算値と実測値とを、時間変化およびスペクトル形の両者の観点から比較検討する。

#### 第2節 不規則波力の時間変化とパワースペクトルの計算方法

##### (1) 不規則波力の時間変化<sup>4), 5)</sup>

円柱に作用する単位長さ当りの不規則波力は、規則波の場合と同様に、モリソン公式

$$F(t) = C_D \cdot \frac{\rho}{2} D u(t) |u(t)| + C_M \cdot \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}(t) \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 1)$$

により算出できるものとする。ここに  $\rho$  は密度、 $D$  は円柱の直径である。また  $u(t)$  および  $\dot{u}(t)$  は水平方向水粒子速度および加速度であるが、これらは式 (2・2・20) および式 (2・2・21) の対称および反対称線型フィルターを用いて水面変動  $\eta(t)$  から算出することが可能であり、これらが実測値ときわめて良く一致することは第2章に示したとおりである。

ところで不規則波に対する  $C_D$  および  $C_M$  の適当な値については、現在ほとんどわかっていない。したがって不規則波力の実測値  $F^*(t)$  と式 (2・3・1) を用いた場合の計算波力  $F(t)$  との分散

$$V \equiv \overline{[F(t) - F^*(t)]^2} \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 2)$$

を最小ならしめる条件、すなわち  $\partial V / \partial C_D = 0$ ,  $\partial V / \partial C_M = 0$  を解くことにより、 $C_D$  および  $C_M$  を求めると、

$$C_D = \overline{F^*(t) \cdot F_1(t)} / \overline{F_1(t)^2}, \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 3)$$

ここに

$$F_1(t) = \frac{1}{2} \rho D u(t) |u(t)| \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 4)$$

および

$$C_M = \overline{F^*(t) \cdot F_2(t)} / \overline{F_2(t)^2} \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 5)$$

ここに

$$F_2(t) = \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \dot{u}(t) \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 6)$$

のようになる。ただし  $\overline{\quad}$  は時間平均を意味する。この式 (2・3・3) および式 (2・3・5) で計算した  $C_D$  および  $C_M$  を、式 (2・3・1) に適用すれば、 $F(t)$  は  $\eta(t)$  を用いて実測値を再現したことになるが、このようにして計算した  $F(t)$  と実測波力  $F^*(t)$  とは若干の差異があり、したがって両者の一致の程度を知るために、 $F(t)$  と  $F^*(t)$  との相関係数

$$r = \sqrt{1 - [\overline{\{F(t) - F^*(t)\}^2} / \overline{F^*(t)^2}]} \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 7)$$



を用いることとする。

なお実際の計算にあたっては、 $N = 40$  とし、 $\eta(t)$  および  $F^*(t)$  は、それぞれ平均値を差し引いたものを用いた。

## (2) 不規則波力のパワースペクトル<sup>2), 5), 6)</sup>

式 (2・3・1) による波力  $F(t)$  の自己相関々数  $R_r(\tau)$  は、Borgman により誘導されており、

$$R_F(\tau) = d^2 \cdot \sigma^4 \cdot G(R_u(\tau)/\sigma^2) + m'^2 \cdot R_{\dot{u}}(\tau) \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 8)$$

のようになる。ここに  $R_u(\tau)$  および  $R_{\dot{u}}(\tau)$  は  $u$  および  $\dot{u}$  の自己相関関数であり、また

$$d = C_D \cdot \frac{1}{2} \rho D, \quad m' = C_M \cdot \frac{1}{4} \rho \pi D^2, \quad \sigma^2 = 2 \int_0^\infty S_u(f) df$$

である。関数  $G$  は  $R_u(\tau)/\sigma^2 = r'$  とおいて級数近似すれば、

$$G(r') = \frac{1}{\pi} \left( 8 r' + \frac{4}{3} r'^3 + \frac{1}{15} r'^5 + \dots\dots \right) \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 9)$$

と表わされるものであり、この第1項のみをとり、式 (2・3・8) をフーリエ変換すれば、不規則波力のパワースペクトルの第1近似  $S_{F1}$  が、第2項までとれば第2近似  $S_{F2}$  が、それぞれ

$$S_{F1}(f) = \frac{8 d^2 \sigma^2}{\pi} S_u(f) + m'^2 S_{\dot{u}}(f), \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 10)$$

$$S_{F2}(f) = \frac{d^2 \sigma^2}{\pi} \left[ \frac{8}{\sigma^2} S_u(f) + \frac{4}{3 \sigma^6} [S_u(f)]^{*3} \right] + m'^2 S_{\dot{u}}(f), \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 11)$$

のように求められる。ここに、

$$[S_u(f)]^{*3} = \int_{-\infty}^{\infty} [S_u(g)]^{*2} S_u(f-g) dg, \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 12)$$

$$[S_u(f)]^{*2} = \int_{-\infty}^{\infty} S_u(g) S_u(f-g) dg, \dots\dots\dots (2 \cdot 3 \cdot 13)$$

である。なお  $S_\eta$ ,  $S_\eta^*$  の算出は Blackman and Tukey の方法<sup>7)</sup> で自由度 40 として計算した。

### 第 3 節 不規則波力に関する実験

#### (1) 実験装置および方法

実験装置および方法は、第 1 編第 5 章第 3 節に示したものとほぼ同様である。すなわち、一端に不規則波発生装置が設置されている幅 50 cm, 高さ 70 cm, 長さ 27 m の水槽を用い、造波板の前方 6 m の位置に、波高計および直径が 6.0 cm でセグメントの長さが 4 cm の波力測定用円柱を設置し、水深 45 cm の条件下で、静水面下 10 cm, 15 cm および 20 cm における不規則波力を測定した。

#### (2) 実験結果および考察

表 2・3・1 に不規則波力の実験ケースを示す。表中の  $z_p$  は波力の測定点であり、(Wave freq. (Hz)) は、造波板の駆動周波数帯域を示す。また  $C_D$ ,  $C_M$  および  $r$  は、第 2 節(1)で示した式 (2・3・3), 式 (2・3・5) および式 (2・3・7) を用いて計算した抗力係数、慣性係数および実測波力と計算波力の相関係数の値である。

表よりわかるように、 $C_D$  の値は、同一測定点では高周波数成分を強く含む波の場合ほど、また、測定点が水面に近い場合ほど大きな値をとる傾向があるといえるが、後者の測定点が水面に近い場合というのは、言い換えれば、水粒子速度の高周波数成分が強く効く場合であり、前者の高周波数成分を強く含む波の場合と本質的には同じであると考えられる。こういった場合に  $C_D$  が大きくなるという傾向を、規則波の場合の実験結果と比較して考察すると、不規則波の各波ごとの Reynolds 数のオーダーが第 1 編第 5 章に示した著者らの規則波の場合とほぼ同程度と考えられることから、高周波数成分を強く含む不規則波というのは、各波ごとの K.C. 数が全般的に小さい場合に相当すると考えられる。規則波の場合には、図 1・5・9 からわかるように、K.C. 数が小さくなると  $C_D$  が大きくなる傾向があり、したがって、不規則波の  $C_D$  も、規則波の  $C_D$  とほぼ同様の傾向を示すことがわかる。

次に、 $C_M$  は、2.0 を中心にして、1.51 から 2.30 の間にあり、全般的には、測定点が水

表-2・3・1 不規則波力の実験ケースおよび  $C_D$ ,  $C_M$ ,  $r$  の値水深  $h = 45 \text{ cm}$ 

実験ケース	$z_p$ (cm)	Wave freq. (Hz)	$C_D$	$C_M$	$r$
1	-10	(0.5)	1.74	1.98	0.948
2		(0.8)	2.74	2.15	0.965
3		(1.0)	3.94	2.15	0.971
4		(1.25)	4.85	2.27	0.977
5		(0.2~1.0)	2.33	2.03	0.960
6		(0.8~1.25)	4.10	2.13	0.956
7		(0.5~1.6)	4.21	2.30	0.947
8		(0.4~2.5)	5.60	2.29	0.955
9		(0.2~5.0)	2.66	2.08	0.945
10	-15	(0.8)	2.70	1.92	0.971
11		(1.0)	2.74	1.94	0.980
12		(0.2~1.0)	2.19	1.95	0.966
13		(0.8~1.25)	2.60	2.04	0.975
14		(0.5~1.6)	2.56	2.02	0.961
15		(0.4~2.5)	2.26	1.88	0.962
16		(0.2~5.0)	2.62	1.99	0.967
17	-20	(0.8)	1.46	1.57	0.958
18		(0.2~1.0)	1.85	1.53	0.959
19		(0.8~1.25)	2.06	1.64	0.966
20		(0.5~1.6)	2.38	1.63	0.962
21		(0.4~2.5)	1.71	1.51	0.958
22		(0.2~5.0)	1.45	1.57	0.956

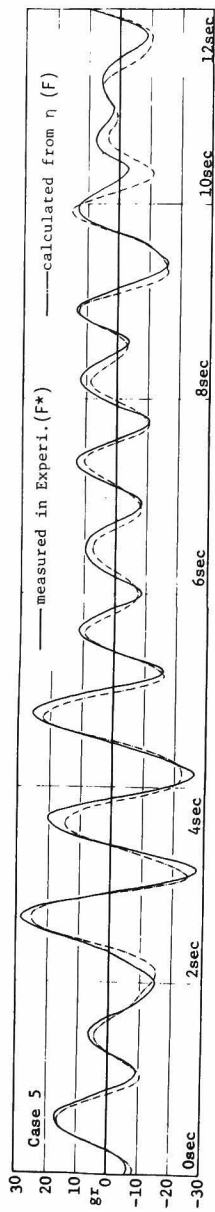
面に近いほど大きく、また各測定点別に見た場合には、高周波数成分を強く含む波の方が、若干  $C_M$  の値は大きくなる。後者の高周波数成分を強く含む波というのは、上述したように、K. C. 数が全般的に小さい波と考えられるため、図-1・5・7(a)に示した規則波の場合の、K. C. 数の減少に伴って  $C_M$  が増加するという傾向と一致しているといえる。すなわち、不規則波の場合にも、各波ごとの K. C. 数が小さければ、規則波の場合と同様、後流渦による  $C_M$  の減少の程度が少ないといえる。一方、前者の測定点が水面に近いほど  $C_M$  の値が大きくなるという傾向は、図-1・5・7(a)の規則波の場合とは、一見一致していないように思われる。しかし、不規則波の場合には、たとえ水面変動のスペクトル形が同じであっても、測定点が深くなるほど水粒子速度の高周波数成分が減少し、その結果、K. C. 数は全般的に大きくなり、したがって、不規則波の場合に測定点が深くなるほど  $C_M$  が減少するということは、規則波の場合に K. C. 数が増加するほど  $C_M$  が減少するということに対応しており、両者の傾向は一致しているといえる。

以上、不規則波の場合の  $C_D$ ,  $C_M$  について、規則波の場合の結果と比較してその傾向の

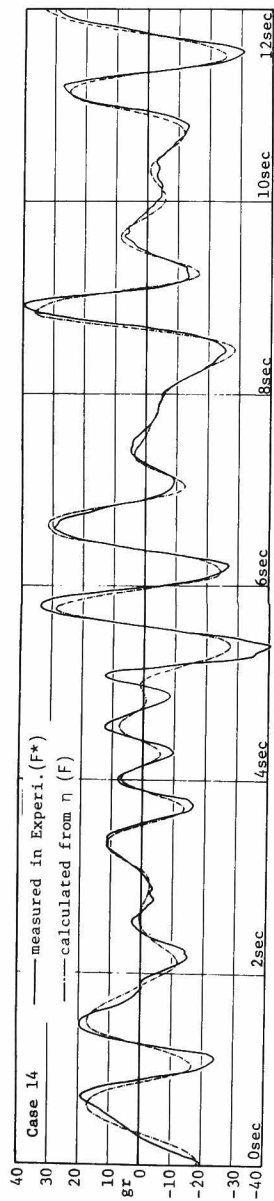
妥当性を論じたが、ここでは、 $C_D$ 、 $C_M$ に与える Reynolds 数の影響についてはまったく触れなかった。これは、本実験の不規則波では、各波の Reynolds 数は規則波の場合とほぼ同程度のオーダーであり、この領域では、規則波の  $C_D$ 、 $C_M$ が Reynolds 数にほとんど影響されないために、不規則波の場合も同様であろうと考えたことによる。しかし、不規則波の  $C_D$ 、 $C_M$ についてさらに一般的に論じるためには、種々のスペクトル形を有する各不規則波において、何らかの代表的な Reynolds と K. C. 数の両者の値を算定し、これらの値による  $C_D$ 、 $C_M$ の変化特性を調べる必要があると考えられる。

次に表-2・3・1の  $C_D$ 、 $C_M$ を用いて水面変動  $\eta(t)$ から算出した計算波力  $F(t)$ と、実測波力  $F^*(t)$ との時間変化の比較を図-2・3・1(a)、(b)および(c)に示す。表-2・3・1の相関係数  $r$ が1に近いことでもわかるように、各ケースとも両者は良く一致しており、 $C_D$ 、 $C_M$ の値が妥当なものであれば、不規則波力の時間変化は、水面変動から相当正確に算定されるといえる。しかしケース14の4 sec ~ 6 secの谷の部分では、実測値は計算値よりも相当大きく、同様のことが、図-2・3・2(a)に示すケース7の3.2 sec 付近でも生じている。このような部分では、水面変動  $\eta$ は規則波のような単一な正弦波とは極端に違った形状となっているが、この  $\eta$ から算出した慣性力と抗力を図-2・3・2(b)に示すと、両者はいずれも短い周期で、かつ同じ程度の大きい値であることがわかる。これは、 $\eta$ が2.9 sec 付近で静水面を切る時に極めて大きな水粒子加速度が生じ、そのため大きな慣性力が発生し、さらにその直後の3.2 sec 前後に大きな谷が生じ、水粒子速度が極めて大きくなり、そのため引き続き大きな抗力が発生したと考えられる。しかし、こういったところの波力の実測値と計算値が一致しない原因は、現在のところ必ずしも明白ではなく、今後さらに検討する必要がある。

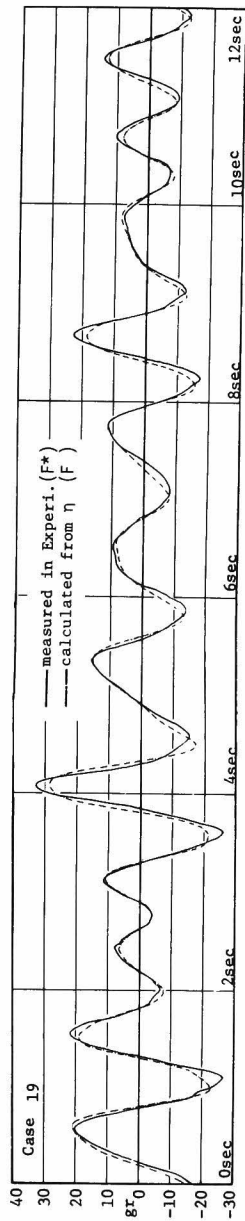
図-2・3・3(a)、(b)、(c)および(d)には、水面変動  $\eta$ のスペクトル  $S_\eta$ 、実測波力  $F^*$ のスペクトル  $S_{F^*}$ および Borgman の方法により  $S_\eta$ から計算した波力のスペクトル  $S_F$  (第1近似  $S_{F1}$ 、第2近似  $S_{F2}$ )を示す。 $S_{F1}$ および  $S_{F2}$ は、それぞれ式(2・3・10)および式(2・3・11)で計算できるが、この場合、あらかじめ  $C_D$  および  $C_M$ の値を与えておく必要があり、したがって、これらの値としては、Reid の方法で求めた表-2・3・1の値を用いることとした。図よりわかるように、波力のパワーが大きな部分では、 $S_{F1}$ と  $S_{F2}$ の差異はほとんど見られず、また両者は  $S_{F^*}$ と良く一致しているが、高周波数領域では、 $S_{F2}$ の方が  $S_{F1}$ より若干大きくなり、また  $S_{F2}$ の方が、 $S_{F^*}$ に比較的良く一致するといえる。したがって、波力のスペクトル密度の分布形状は、 $C_D$  および  $C_M$ の値が妥当なものであれば、



(a)  $z_p = -10$  cm (実験ケース 5)



(b)  $z_p = -15$  cm (実験ケース 14)

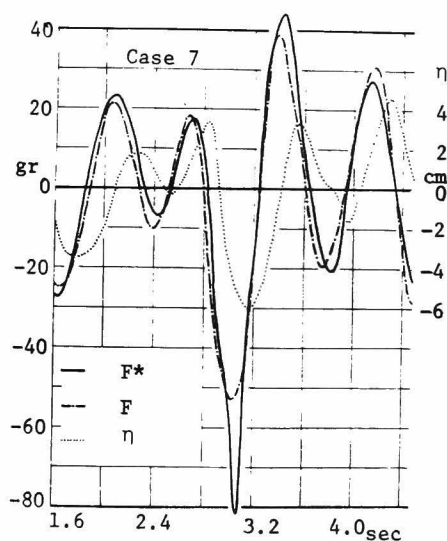


(c)  $z_p = -20$  cm (実験ケース 19)

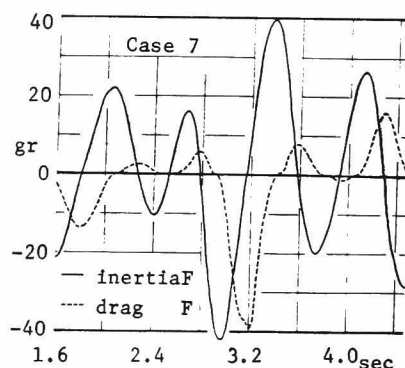
図-2・3・1 不規則波力の時間変化

Borgman の方法により、水面変動のスペクトルからほぼ正確に算定できることが明らかである。

ところで、不規則波の  $C_D$ 、 $C_M$  の妥当な値を推定する方法は現在のところまったく提示されていないが、実用的には、規則波の場合の  $C_D$ 、 $C_M$  の値を使用するのが便利であろうと考えられる。この場合、与えられた不規則波を何らかの方法により規則波に対応させる必要があり、従来より広く使用されている有義波を求める方法や、 $S_\eta$ 、 $S_u$  および  $S_{\dot{u}}$  などから、大きなパワーを持つ成分波を求める方法などが考えられるが、これらの点については、今後さらに検討する必要がある。

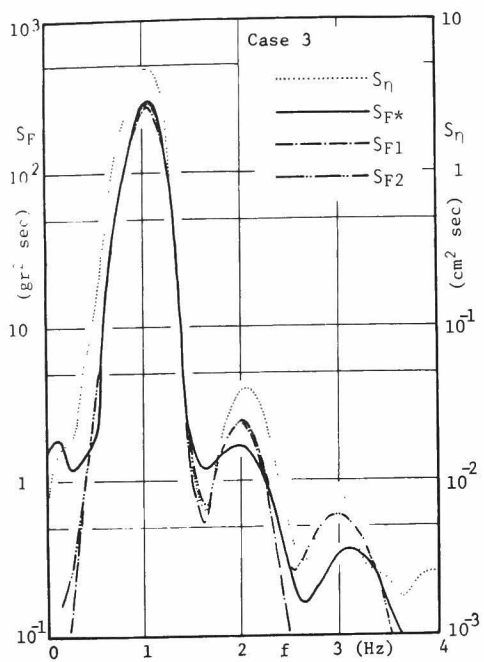


(a) 不規則波力と水面変動

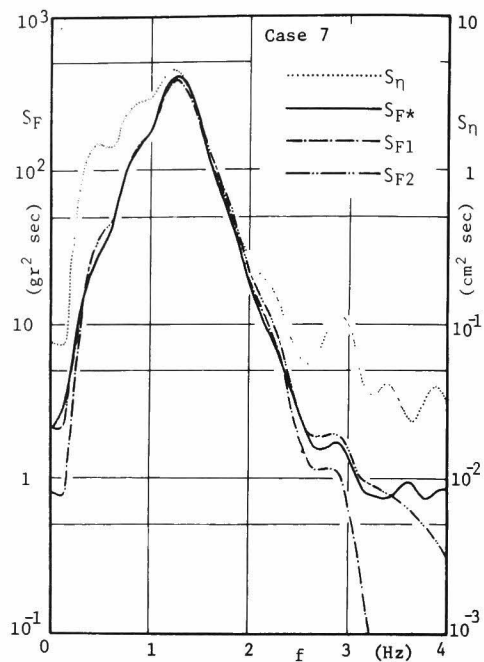


(b) 慣性力と抗力

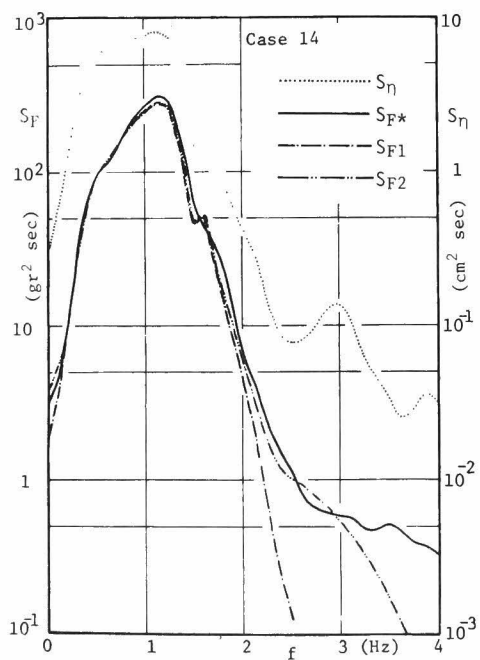
図-2・3・2 不規則波力の慣性力と抗力  
(実験ケース 7)



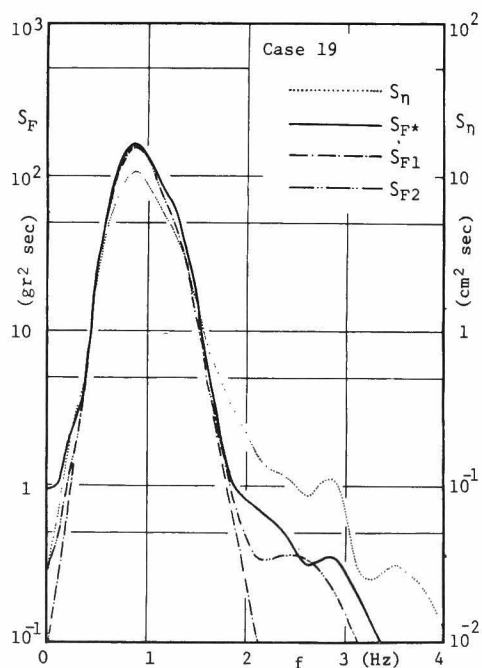
(a)  $z_p = -10$  cm (実験ケース 3)



(b)  $z_p = -10$  cm (実験ケース 7)



(c)  $z_p = -15$  cm (実験ケース 14)



(d)  $z_p = -20$  cm (実験ケース 19)

図-2・3・3 水面変動および波力のパワースペクトル

## 第 4 節 結 語

本章では、モリソン公式を用いて不規則波力を算定するための基礎的研究として、円柱に働く不規則波力に関する実験的研究を行った。まず第 2 節において、Reid の提示した不規則波力の時間変化の計算方法と、Borgman の提示した波力のスペクトルの計算方法とを示し、ついで第 3 節において、種々のスペクトル形を有する不規則波の  $C_D$ ,  $C_M$  を求め、さらにこれらの  $C_D$ ,  $C_M$  を用いた場合のモリソン公式による波力の計算値と、実験による実測波力との比較を行った。これらの結果を要約すると次のようである。

1) 不規則波力の  $C_D$ ,  $C_M$  は、不規則波のスペクトル密度の分布形および波力の測定点により異なった値をとるが、本実験の範囲内では、 $C_D=1.45\sim 5.60$ ,  $C_M=1.51\sim 2.30$  であり、規則波の場合の  $C_D$ ,  $C_M$  のバラツキの範囲内に納まることがわかった。

2) Reid の方法で求めた  $C_D$ ,  $C_M$  を用いて、水面変動から算出した不規則波力の時間変化と、実測波力の時間記録とを比較すると、両者はほぼ一致する。またこの  $C_D$ ,  $C_M$  を用いて、Borgman の方法で求めた不規則波力のスペクトル密度は、実測波力から求めたスペクトルと良く一致する。

3) 不規則波の水面変動のみを入力とし、モリソン公式により不規則波力を算出する場合の  $C_D$ ,  $C_M$  の選定方法については、今後さらに検討する必要があるが、実用上は、規則波の場合の  $C_D$ ,  $C_M$  の値を参考にして決定すれば良いと考えられる。



## 参 考 文 献

- 1) Wiegel, R. L., Beebe, K. E., and Moon, J. : Ocean wave forces on circular cylinder piles, Proc. A. S. C. E., No. HY 2, Vol. 83, pp. 1199 - 1 ~ 36, 1957.
- 2) Borgman, L. E. : The spectral density for ocean wave forces, Proc. Special Conf. Coastal Eng., pp. 147 ~ 182, 1965.
- 3) 日野幹雄 : 柱体に働く不規則波力—(1), 東京工大土木工学科研究報告, No. 4, 1967.
- 4) Reid, R. O. : Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., pp. 749 ~ 786, 1957.
- 5) 岩垣雄一・石田 啓・千田哲雄 : 円柱に作用する不規則波力について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 1 ~ 5, 1973.
- 6) Schuëller, G. I. : On the reliability of the spectral method for the design of offshore structures, Journal de Recherches Hydrauliques 14, No. 3, pp. 229 ~ 240, 1976.
- 7) Blackman, R. B. and Tukey, J. W. : The measurement of power spectra, Dover Pub., Inc. New York, pp. 1 ~ 165, 1958.

## 第4章 回折理論に基づく不規則波力の算定に関する研究

### 第1節 緒 言

海中構造物の大型化に伴い、大口径の柱状構造物に働く波力の算定が必要となるが、この場合には、モリソン公式<sup>1)</sup>の使用は必ずしも適当ではない。この理由の一つは、波長に比べて円柱の直径が無視できない程度になると、円柱からの回折波の影響が大きくなり、したがって発生する慣性力は、モリソン公式のように進行波の加速度のみを用いて表すことができなくなるためである。さらにもう一つの理由は、波の条件が同一であれば、円柱の口径が大きい方が、K. C.数は小さくなり、したがって、慣性力に比べて抗力は小さくなるはずであるが、発生する慣性力の位相がずれるために、強いてモリソン公式を適用すると、慣性力の一部を抗力とみなすこととなり、抗力係数の正当な評価が困難になるためである。

このため、大口径円柱の波力の算定には、MacCamy と Fuchs<sup>2)</sup>による回折理論や、山口・土屋<sup>3)</sup>による非線型回折理論などを使用する必要があるが、これらは、いずれも規則的な波による波力を取り扱ったものであり、現地波浪のような不規則波を対象としたものは、現在までまったく提示されていない。

したがって、本章では、まず第2節において、大口径円柱に働く不規則波力の計算方法を提示し、ついで第3節において、前章の実験結果を用いて、計算結果との比較を行うこととする。

### 第2節 理 論<sup>4)</sup>

静水面上の円柱の中心位置を原点とし、波の進行方向に  $x$  軸をとり、鉛直上向きを  $z$  軸とする。

規則波の場合、入射波の  $x = 0$  における水面変動を

$$\eta(t) = a \cos(\omega t - \delta) \cdots \cdots \cdots (2 \cdot 4 \cdot 1)$$

で表わすと、回折理論<sup>2)</sup>を用いて円柱上の圧力の総和から求めた  $x$  方向の波力は

$$\begin{aligned}
F(t) &= \operatorname{Re} \left\{ 4 \rho g \frac{\cosh k(h+z)}{k \cosh kh} \frac{1}{H_1^{(1)'}(kR)} a e^{-i(\omega t - \delta)} \right\} \\
&= 4 \rho g \cdot C_1(\omega) \cdot a \cos(\omega t - \delta) \\
&\quad - 4 \rho g \cdot C_2(\omega) \cdot a \sin(\omega t - \delta) \dots\dots\dots (2 \cdot 4 \cdot 2) \\
C_1(\omega) &= \frac{\cosh k(h+z)}{k \cosh kh} \frac{J_1'(kR)}{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)} \dots\dots\dots (2 \cdot 4 \cdot 3) \\
C_2(\omega) &= \frac{\cosh k(h+z)}{k \cosh kh} \frac{Y_1'(kR)}{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)} \dots\dots\dots (2 \cdot 4 \cdot 4)
\end{aligned}$$

のように求まる。ここに、 $a$  は振幅、 $k$  は波数、 $\omega$  は角周波数、 $\delta$  は初期位相、 $g$  は重力加速度、 $h$  は水深、 $R$  は円柱の半径、 $J_1'$ ,  $Y_1'$ ,  $H_1^{(1)}'$  はそれぞれ1次のベッセル関数、ノイマン関数、第1種ハンケル関数の導関数である。

次に不規則波の場合、 $x = 0$  での入射波の水面変動を

$$\eta(t) = \int_0^\infty M(\omega) \cos(\omega t - \delta(\omega)) d\omega \dots\dots\dots (2 \cdot 4 \cdot 5)$$

とおき、各成分波が微小振幅波理論にしたがうものと仮定すれば、不規則波による波力は、式(2・4・2)を用いて、

$$\begin{aligned}
F(t) &= 4 \rho g \int_0^\infty C_1(\omega) \cdot M(\omega) \cos(\omega t - \delta(\omega)) d\omega \\
&\quad - 4 \rho g \int_0^\infty C_2(\omega) \cdot M(\omega) \sin(\omega t - \delta(\omega)) d\omega \dots\dots\dots (2 \cdot 4 \cdot 6)
\end{aligned}$$

となる。ここに $M(\omega)$ は振幅スペクトルに相当するものである。式(2・4・6)の右辺第1項は $\eta$ と同位相すなわち速度 $u$ の位相であり、第2項の位相は $\eta$ より $\pi/2$ 早い加速度 $\dot{u}$ の位相である。したがって、第1項および第2項は、それぞれ $C_1(\omega)$ および $C_2(\omega)$ を周波数応答関数とする対称線型フィルター $G_s$ <sup>5)</sup>および反対称線型フィルター $G_a$ <sup>5)</sup>を用いることにより、不規則波の水面変動 $\eta(t)$ を入力として不規則波力 $F(t)$ を算出することが可能である。すなわち、式(2・2・20)の $G_s$ および式(2・2・21)の $G_a$ に式(2・4・5)の

$\eta(t)$ を代入すれば、式(2・2・23)および(2・2・24)のようになることはすでに述べたが、ここで、これらの式の右辺の  $[a_0 + 2 \sum_{n=1}^N a_n \cos n\omega\tau]$  および  $[2 \sum_{n=1}^N b_n \sin n\omega\tau]$  と、式(2・4・3)の  $C_1$  および式(2・4・4)の  $C_2$  とをそれぞれ等置すれば、式(2・4・6)は、

$$F(t) = 4\rho g G_s [\eta(t)] + 4\rho g G_a [\eta(t)] \quad \dots\dots\dots (2 \cdot 4 \cdot 7)$$

のようになり、 $\eta(t)$ から $F(t)$ が算出される。この方法による計算結果を次節に示すが、第1編第5章第2節(2)の慣性力 $F_I(t)$ は、ここに示した方法により計算したものである。

### 第3節 計算結果

第2編第3章のケース3、6および7の不規則波を用い、前節に示した方法により計算した結果を、図-2・4・1から図-2・4・3に示す。(a)には、入力として用いた水面変動 $\eta(t)$ を、(b)には、出力として得られた計算波力 $F(t)$ を一点鎖線で示すが、さらに参考のために、波力の実測値 $F^*(t)$ を実線で示す。実験条件は、すでに第3章に示したように、円柱の直径 $D$ が6.0 cm、水深 $h$ が45cm、波力の測定点 $z_p$ が-10cmの場合である。

図-2・4・1は、ケース3の、1.0 Hzを中心にしたバンド幅の狭い不規則波の場合であるが、計算波力 $F$ と実測波力 $F^*$ は比較的良く一致していることがわかる。これは、ケース3の波では、発生した波力のほとんどが慣性力であり、抗力の影響が小さいことを示している。換言すれば、慣性力が卓越するような不規則波の場合、すなわち大口径円柱の場合には、前節に示した方法により、比較的正しく不規則波力を算定することができるといえる。

図-2・4・2は、ケース6の、造波板の駆動周波数帯域が(0.8～1.25) Hzの場合である。 $F$ と $F^*$ は、全般的には、ほぼ一致しているが、波力の峰および谷の位相では、 $F^*$ の方が $F$ よりも若干大きくなり、この場合には抗力の影響が無視できないことがわかる。

図-2・4・3は、ケース7で、造波板の駆動周波数帯域が(0.5～1.6) Hzの場合であり、水面変動にかなりの低周波数成分が含まれる場合である。この場合には、 $F$ と $F^*$ の相違が大きく、抗力項を考慮した取り扱いが必要であるといえる。

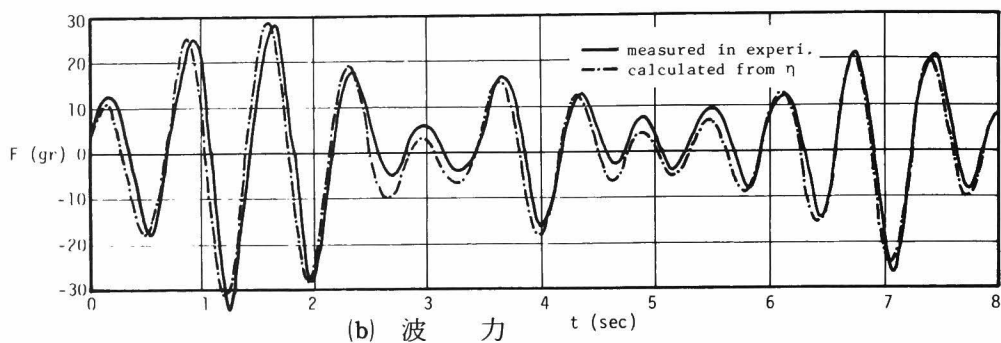
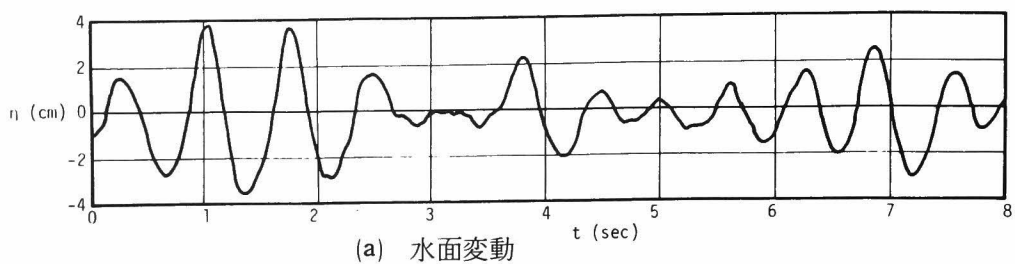


図-2・4・1 計算波力と実験波力の比較  
(実験ケース3の場合)

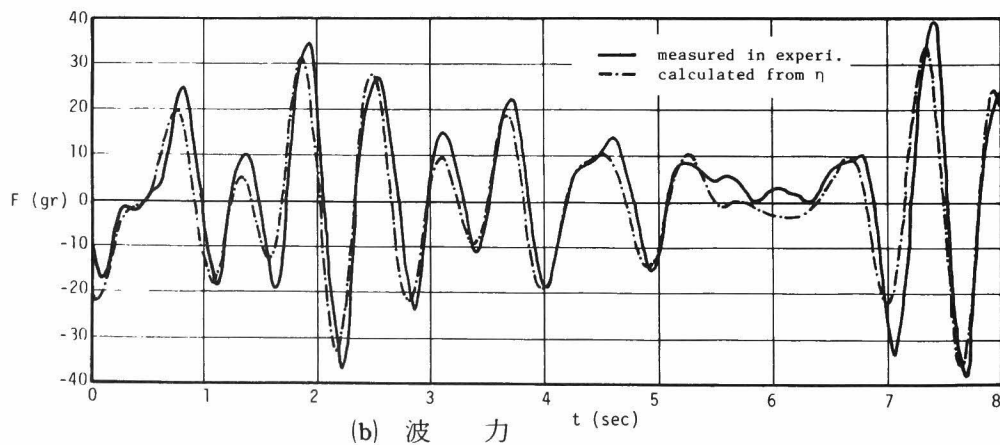
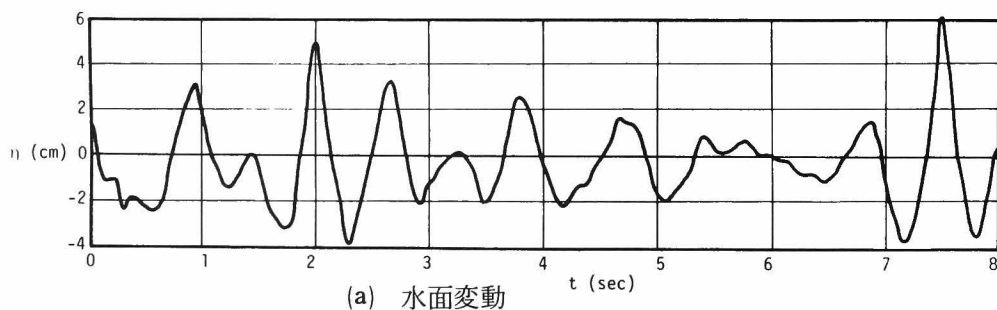


図-2・4・2 計算波力と実験波力の比較  
(実験ケース6の場合)

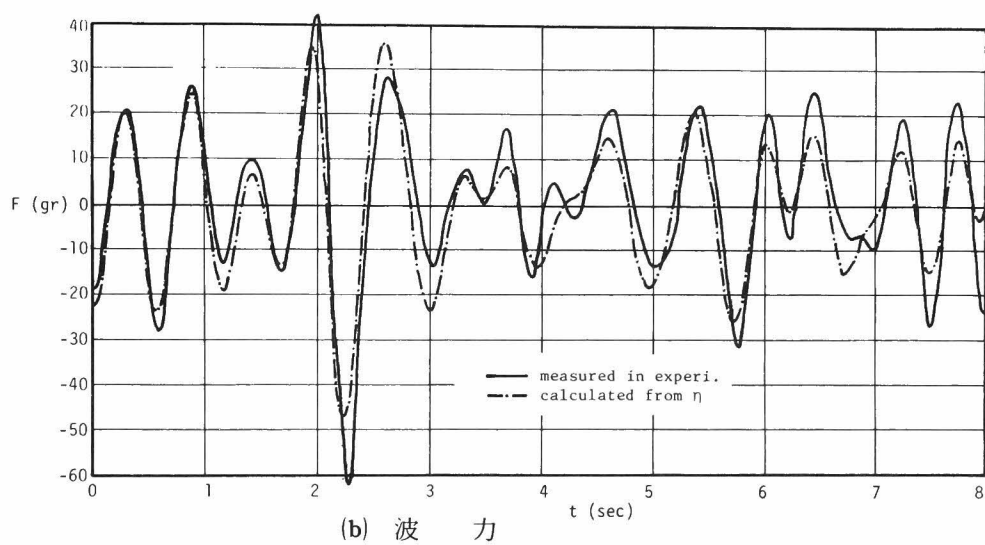
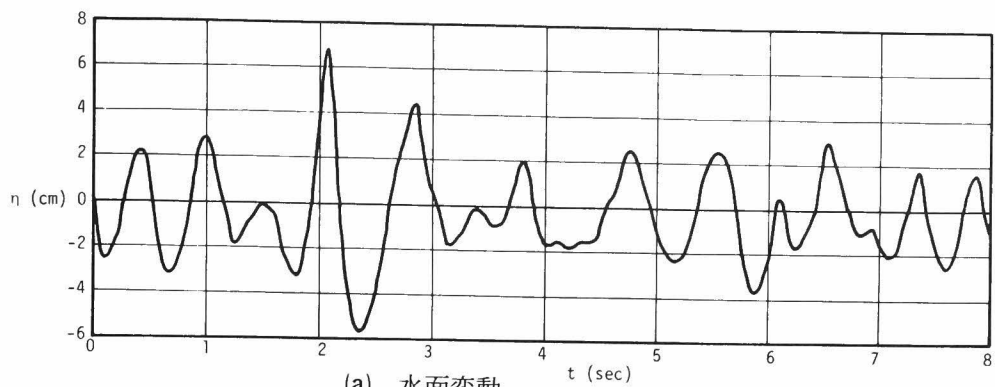


図-2・4・3 計算波力と実験波力の比較  
(実験ケース7の場合)

## 第4節 結 語

本章では、まず第2節において、大口径円柱に働く不規則波力の算定方法を新たに提示し、ついで第3節において、この方法で算出した不規則波力と、実測の不規則波力との比較を行ったが、これらの結果を要約すると次のようである。

1)大口径円柱の場合、すなわち抗力に比べて慣性力が卓越する場合の不規則波力は、MacCamy と Fuchsの提示した回折理論および Reid の提示した線型フィルターの両者を組み合わせて使用することにより、水面変動のみから極めて簡単に算出することが可能である。

2)本章で使用した不規則波力のデーターは、第2編第3章に示したものと同一であり、使用した円柱は必ずしも大口径円柱とみなし得るものではないが、とくに慣性力が卓越するような場合には計算結果とよく一致することがわかった。しかし、さらに詳細に理論の妥当性や適用範囲を明らかにするためには、大口径円柱とみなしうる大水槽を用いた実験や現地実験などによる今後の検討が必要である。

## 参考文献

- 1) Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaaf, S.A.: The force exerted by surface waves on piles, Petroleum Transactions, A. I. M. E., Vol. 189, Tech. Publications, No. 2846, pp. 149~154, 1950.
- 2) MacCamy, R.C., and R.A. Fuchs : Wave forces on piles : Diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, B.E.B., pp. 1~17, 1954.
- 3) 山口正隆・土屋義人：大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響，土木学会論文報告集，第229号，pp. 41~53，1974.
- 4) 岩垣雄一・石田 啓・千田哲雄：円柱に作用する不規則波力について，第20回海岸工学講演会論文集，pp. 1~5，1973.
- 5) Reid, R.O. : Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., pp. 749~786, 1957.



## 結

## 論

本論文は、海洋構造物として最も多く使用される円柱に作用する波力に関する基礎的研究を行ったものであり、従来解明されていなかったいくつかの問題点を明らかにしたが、その結果を要約すると次のようである。

緒論は本研究の意義と目的を示したものであるが、まず人類の歴史において科学の果たした役割が極めて大きいことを思い起こし、ついで、現在ビッグサイエンスの一つとうたわれる海洋開発の概要を述べ、最後に、この海洋開発を推進する場合に不可欠の課題となる海中構造物の設計施工に関する研究の重要性を述べた。

第1編は、規則波による波力の発生機構と評価を取り扱ったものであり、第1編第1章では、流体力の研究の歴史的背景とその中における波力の問題点を指摘するとともに、第1編の各章ごとの研究対象の概要を示した。

第1編第2章では、従来まったく研究されていなかった円柱周辺の水粒子の挙動に関する理論的研究を行ったが、まず回折波の水粒子速度については、MacCamy と Fuchs の提示した速度ポテンシャルを利用し、ついで、円筒座標表示した Navier-Stokes の方程式に境界層理論と摂動法を適用することにより、層流境界層内の水粒子速度の理論解を誘導し、さらにこの解を用いることにより、層流境界層の剥離点の特性を解明した。特に、主流速度と境界層内の水粒子速度とは位相のずれがあり、そのため、K. C. 数が小さい場合には、剥離点が短時間に急変するような見かけ上の剥離が発生するが、K. C. 数が大きくなると剥離点の変化はゆるやかになり、定常流の場合の剥離に近づくことを明らかにした。

第1編第3章では、水素気泡をトレーサーとした流れの可視化法を用いることにより、回折波の水粒子速度分布、境界層内の水粒子速度分布および境界層の剥離点の写真撮影を行い、これらの写真から読み取った実験データをを用いることにより、第1編第2章の理論解が極めて妥当なものであることを明らかにした。

第1編第4章では、剥離により発生する後流渦を、水素気泡をトレーサーとして連続写真撮影するとともに、後流渦による円柱背面の圧力分布を、超小型圧力センサを用いて測定したが、その結果、後流渦の生成と流下特性は、K. C. 数、Reynolds 数および Strouhal 数により把握できること、また後流渦の生成により円柱背面に圧力低下が起こり、抗力の発生原因となることが明らかにされた。

第1編第5章では、円柱セグメントに働く局所波力の測定を行うとともに、従来得られ

ている波力および振動流の実験データを付け加えることにより、モリソン公式を用いた場合の慣性係数および抗力係数の Reynolds 数および K. C. 数による変化特性を明らかにしたが、これらの第 1 編の結論を要約すると次のように述べることができる。

流体が完全流体であれば、一様な定常流中では物体には何ら抗力が働かず、流体が非定常運動をする波の場では加速度のみに起因する慣性力が働くが、実在の粘性流体では、物体の壁面での摩擦力および剥離により発生する後流渦が抗力の発生原因となる。すなわち、一様な定常流中における抗力の発生機構は、Reynolds 数が小さい場合は摩擦抵抗が卓越し、Reynolds 数が増加すると円柱背後に発生する後流渦により円柱背面に圧力低下が生じ、これが抗力の主要因となる。特に後流渦が交互に流下する場合には、流体場の運動量欠損として抗力を把握することができるが、波の場では、水粒子速度が時間的に変化するために、剥離点および後流渦は時間的に変化し、したがって抗力および抗力係数も時間的に変化する。また、流れの方向が半周期ごとに反転するために、発生した後流渦が円柱付近に残留し、さらに逆方向へ流下するといった複雑な流況が生じ、この流況に対応して、発生する抗力および減少する慣性力の大きさが決まる。これらの流況は、鉛直方向水粒子速度が無視できる場合、すなわち振動流に近い場合には、Reynolds 数と Keulegan – Carpenter 数により決定されるため、抗力係数および慣性係数はそれらのパラメーターにより整理することができるが、鉛直方向水粒子速度が無視できないような場合、すなわち水深に比べ波長が小さい場合、あるいは波力の測定点が水面に近い場合には、上述の 2 つのパラメーターのみで決定することができず、特に抗力係数の値は振動流の場合よりも概して大きくなる傾向がある。ただし、この一般的な特性については、今後さらに検討しなければならない。

第 2 編は、不規則波力の算定を取り扱ったものであり、第 2 編第 1 章では、従来の不規則波力の研究の概要を述べるとともに、第 2 編の各章の研究対象の概要を示した。

第 2 編第 2 章では、ドップラー式の超音波流速計を用いることにより、合成波および不規則波の水粒子速度に関する系統的な実験的研究を行い、その特性をスペクトル分布および時間変化の両観点から検討した結果、特に、従来まったく解明されていなかったこれらの水粒子速度とその加速度の時間変化が、Reid の提示した線型フィルターを用いることにより、水面変動のみから十分正確に算定されることを明らかにした。

第 2 編第 3 章では、円柱セグメントに働く不規則波力を測定し、モリソン公式に基づく不規則波力の算定に関する研究を行い、不規則波力の場合の抗力係数と慣性係数の特性を検討した。その結果、不規則波の場合の抗力係数および慣性係数の値は、規則波の場合と

ほぼ同様の傾向を持つことを明らかにした。

第2編第4章では、モリソン公式の使用が不適当と考えられる大口径円柱に働く不規則波力の算定方法を新たに提示するとともに、第2編第3章の実験データを用いてその妥当性を検証したが、これらの第2編の結論を要約すると次のようである。

不規則波の水粒子速度および加速度は、その水面変動から十分正確に算出することができるため、慣性力と抗力の両者を考慮しなければならない小口径円柱の場合には、モリソン公式における慣性係数および抗力係数の値が妥当なものであれば、不規則波力は水面変動のみから十分正確に算出することができる。ただし、これらの係数の一般的な決定方法については、さらに今後の検討が必要である。

また慣性力に比べて抗力が無視できるような大口径円柱に働く不規則波力は、第2編第3章に示したように、回折理論と線型フィルターを組み合わせる方法により、水面変動のみから十分正確に算出することができる。

最後に、本研究を行うに際し、終始暖かい御指導を賜った京都大学工学部岩垣雄一教授に衷心より感謝の意を表するとともに、激励の御言葉や適切な御教示を賜った京都大学防災研究所土屋義人教授に厚く感謝の意を表する次第である。また、著者が京都大学に在学中、しばしば御討議をいただいた京都大学工学部酒井哲郎助教授初め、本論文の作成に助力していただいた当時京都大学大学院生千田哲雄君、学部学生中村誠之君、喜岡 渉君、土橋吉輝君、本山裕二君、池尻一仁君、佐藤道彦君ならびに京都大学工学部海岸工学研究室の諸氏に深く謝意を表する次第である。



